VECTEURS DE PUISSANCE

AUTEUR

Thomas Salmon: Northeastern State University, États-Unis

RÉVISION PAR LES PAIRS

Scott Steinman: Southern California College of Optometry, États-Unis

CE CHAPITRE INCLUT UNE RÉVISION DE :

- Vecteurs de puissance
- Conversion de Zernike en prescription de lunettes

VECTEURS DE PUISSANCE

NATURE DE LA PUISSANCE SPHÉRO-CYLINDRIQUE

Si toutes les erreurs réfractives pouvaient être corrigées en lentilles sphériques, notre travail en tant qu'optométristes serait beaucoup plus facile.

Le problème est que la plupart des yeux ont de l'astigmatisme qui s'ajoute à l'erreur sphérique. Les choses se compliquent davantage si on considère les aberrations d'ordre supérieur mais aux fins de cette discussion, nous allons les ignorer pour l'instant. Pour le moment, comme dans le cas de l'optométrie traditionnelle, nous allons supposer que les erreurs réfractives d'un œil consistent uniquement en composantes sphériques et astigmatiques.

Considérons la lunette suivante RX : −3.00/ –1.00 x 010

La Figure 2-1 montre que la puissance varie selon le méridien angulaire.

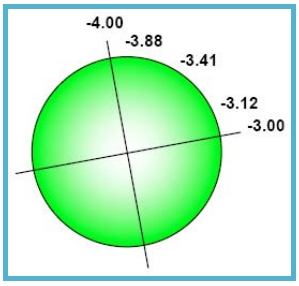


Figure 2-1 : *Puissance d'une lentille sphéro-cylindrique selon le méridien*

En d'autres mots, la puissance change en fonction du méridien et elle change selon la formule suivante :

$P(\theta) = S + C * [\sin 2(\theta - A)]$

(S est la puissance sphérique, C est la puissance cylindrique, A est l'axe (cyl positif ou négatif), P(θ) est la puissance dans le méridien θ.)

VECTEURS DE PUISSANCE (SUITE)

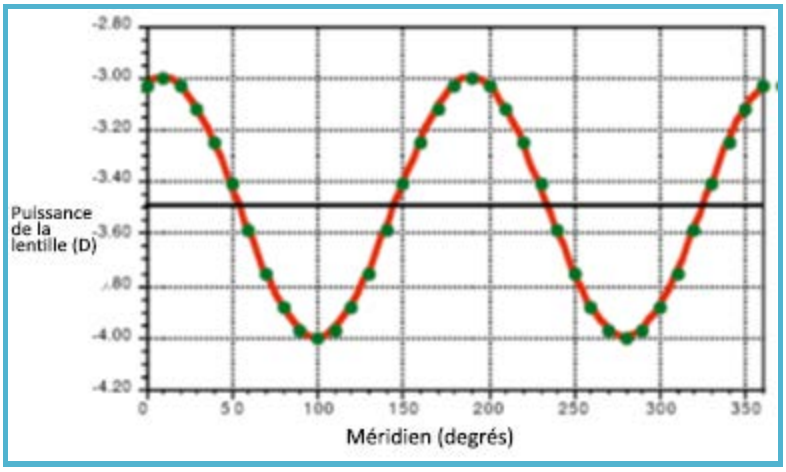


Figure 2-2: *Profil de puissance de la lentille sphéro-cylindrique de la Figure 2.1*

La puissance de cette lentille sphéro-cylindrique est représentée dans la Figure 2-2 comme étant une fonction du méridien et la figure montre que le profil de puissance est sinusoïdal. Si la lentille avait été sphérique, la puissance serait la même dans tous les méridiens et aurait été représentée comme une ligne horizontale sur le graphique. Le changement sinusoïdal de la puissance indique un astigmatisme. La puissance équivalente sphérique de cette lentille est -3.50 et elle est représentée par la ligne horizontale sur la Figure 2-2.

Si on soustrait l'équivalence sphérique, la courbe sera décalée pour être symétrique à peu près à zéro, comme démontré dans la Figure 2-3. Par contre, cette figure montre deux courbes. Prenez note qu'il y a une petite courbe qui est une fonction sinus ainsi qu'une plus grande courbe qui est une fonction cosinus. Si on additionne les deux courbes, le résultat est une autre courbe sinusoïdale avec exactement la même forme que la courbe de la Figure 2-2. Si on ajoute ensuite l'équivalent sphérique (-3.50D) à cette addition d'ondes sinusoïdale et cosinusoïdale, on se retrouve avec le profil de puissance de la Figure 2-2. Ceci montre que le profil de puissance d'une lentille sphéro-cylindrique peut être décomposé en trois composantes :

- Un équivalent sphérique d'une certaine puissance (-3.50 dans ce cas-ci)
- Une onde sinusoïdale d'une certaine amplitude
- Une onde cosinusoïdale d'une certaine amplitude

Si vous avez la bonne puissance pour chacune de ces fonctions, la somme des trois sera exactement égale au profil de puissance de la lentille sphéro-cylindrique.

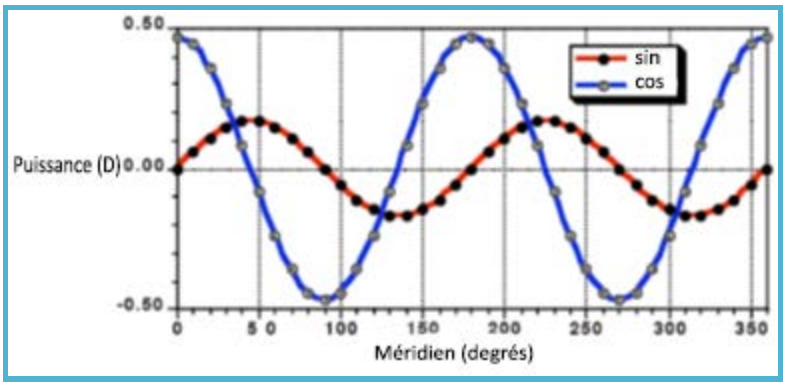


Figure 2-3: *Le même profil de puissance astigmatique peut être exprimé comme étant la somme d'une onde sinusoïdale et d'une onde cosinusoïdale, comme montré ci-dessus. En ajustant l'amplitude des deux ondes, on peut s'assurer que leur somme sera équivalente au profil sinusoïdal (amplitude et axe) de la* ***Figure 2-2****. Si on rajoute l'équivalence sphérique, le profil de puissance totale sera la même que celui de la lentille sphéro-cylindrique représenté dans la* ***Figure 2-2****.*

De même, la puissance de n'importe quelle lentille sphéro-cylindrique peut être représentée comme étant la somme d'une onde sinusoïdale (calibrée selon un facteur approprié), une onde cosinusoïdale (aussi calibrée selon le facteur approprié) et une équivalence sphérique. Donc, au lieu d'écrire une prescription en termes de sphère, cylindre, axe, elle pourrait aussi s'écrire en termes de J45 (le facteur de l'onde sinusoïdale), M qui est l'équivalent sphérique et J180 (le facteur de l'onde cosinusoïdale). Ceci va convertir la notation clinique en vecteurs de puissance.

VECTEURS DE PUISSANCE (SUITE)

On peut convertir la sphère (S), le cylindre (C) et l'axe (A) en notation de vecteurs de puissance avec les formules suivantes :

$J45 = -(C/2)\sin(2A)$ …Équation 2.1

$M = S + C/2$ …Équation 2.2

$J180 = -(C/2)\cos(2A)$ …Équation 2.3

AVANTAGES D'UTILISER LES VECTEURS DE PUISSANCE

Parfois, il est nécessaire d'additionner, de soustraire ou de calculer la moyenne de plusieurs mesures réfractives. Ceci est cliniquement important, surtout dans la pratique des verres de contact. C'est aussi important en recherche sur la vision. Voici quelques exemples spécifiques :

- Ajouter une sur-réfraction à la puissance des verres de contact
- Soustraire le cylindre cornéen du cylindre de la lentille pour prédire un astigmatisme résiduel dans une lentille perméable au gaz
- Calculer le changement de l'erreur réfractive avec le temps lorsque des changements au niveau du cylindre ont lieu
- Calculer l'erreur réfractive moyenne de la population

La notation clinique de la sphère, du cylindre et de l'axe ne s'applique pas à ces types d'analyse. Évidemment, les cylindres avec des axes différents ne peuvent pas directement s'additionner. Il est toutefois possible d'additionner directement des vecteurs de puissance. Ceci permet de calculer des statistiques telles que la moyenne de plusieurs erreurs réfractives.

CONVERSION DE VECTEURS DE PUISSANCE À DES SPHÈRE, CYLINDRE ET AXE

$C = -2\sqrt{J_{45}^2 + J_{180}^2}$ …Équation 2.4

$S = M - \frac{C}{2}$ …Équation 2.5

$A = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{J_{45}}{J_{180}}\right)$ ...Équation 2.6

Le calcul de l'axe (A) peut être difficile dans certains cas, dépendamment de la valeur de J45 et J180. Le calcul entraînera une erreur si J180 est égal à zéro. Dans certains cas, la valeur de l'axe sera négative, ce qui peut être interprété différemment selon les valeurs de J180 et J45, qu'elles soient positives, négatives ou égales à zéro. Pour s'assurer que la réponse finale du cylindre négatif soit bonne (positive et plus grande que zéro ou égal à 180), il faut tester la valeur de A et la modifier, si nécessaire, selon l'algorithme suivant qui est aussi résumé dans le Tableau 2-1.

SI (J180=0, SI (J45<0, axe = 135, SINON axe = 45), SI (J180<0, axe = A+90, SINON SI (J45<=0, axe = A+180, SINON axe = A)))

Tableau 2-1: *Valeurs possibles pour l'axe, basé sur des valeurs de J180 et J45. Afin de convertir correctement des vecteurs de puissance en axe de cylindre négatif, le signe de J180 et de J45 doivent être testés (+ positif, - négatif ou zéro) et la valeur de A doit être modifié et calculé dans l'équation 2.6 selon la colonne « AXE » ci-dessous.*

CAS	J_{180}	J_{45}	AXE	VECTEUR SUR LA FIG 2-4	DESCRIPTION
1	+	0	180	Axe des x positif	axe = 180
2	+	+	A	Quadrant 1	0<axe<45
3	0	+	45	Axe des y positif	axe=45
4	−	+	A+90	Quadrant 2	45<axe<90
5	−	0	90	Axe des x négatif	axe=90
6	−	−	A+90	Quadrant 3	90<axe<135

7	0	−	135	Axe des y négatif	axe=135
8	+	-	A+180	Quadrant 4	135<axe<180

VECTEURS DE PUISSANCE (SUITE)

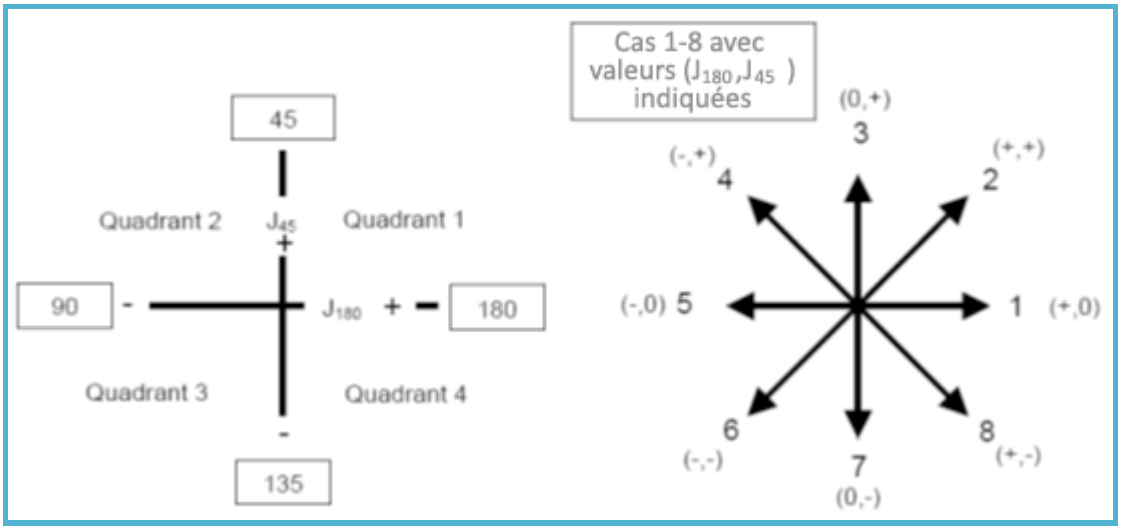


Figure 2-4: *Vecteurs de puissance*

Si les vecteurs de puissance J_{180} et J_{45} sont organisés comme sur la gauche de l'image, avec J_{180} étant l'axe des x et J_{45} étant l'axe des y et le cercle complet étant égal à 180 degrés, il est facile d'identifier le bon axe pour un vecteur s'il se trouve dans un des 8 cas sur la droite de l'image. Les parenthèses indiquent les valeurs (+, - ou 0) pour (J_{180}, J_{45}), respectivement.

Exemple 1 – Lentille de contact souple torique

Un patient porte un verre de contact souple torique ayant une puissance égale à : -3.00 / –1.00 x 180. La rotation de cette lentille est de 15 degrés dans le sens anti-horaire, donc sur l'œil, la puissance devient –3.00 / –1.00 x 15. La sur-réfraction est : +0.25 / –1.50 x 140. Quelle est la bonne prescription sphéro-cylindrique pour cet œil?

Dans certains cas, il faut rajouter une sur-réfraction, une puissance sphéro-cylindrique, à la puissance de la lentille de contact qui est elle aussi sphéro-cylindrique. Pour faire cela, il faudrait

1. Convertir les deux prescriptions en vecteurs de puissance avec les Équations 2.1 - 2.3.
2. Additionner les termes correspondants des vecteurs de puissance
3. Reconvertir le vecteur de puissance en sphère, cylindre et axe avec les Équations 2.4 – 2.6.

Tableau 2-2: *Données et solution pour l'exemple 1*

ÉTAPE 1. CALCULER LE VECTEUR	**S**	**C**	**A**	**J_{45}**	**M**	**J_{180}**
Lentille souple sur l'œil	-3.00	-1.00	15	**0.250**	**-3.50**	**0.433**
Sur-réfraction	+0.25	-1.50	140	**-0.739**	**-0.500**	**0.130**

ÉTAPE 2. ADDITIONNER CHAQUE COLONNE				**-0.489**	**-4.000**	**0.563**
ÉTAPE 3. RECONVERTIR	**S**	**C**	**A**			
	−3.25	**-1.49**	**160**			

Dans la dernière étape, il est possible d'arriver à un axe de -20. En termes ophtalmiques, ceci correspond aussi à 160 degrés.

VECTEURS DE PUISSANCE (SUITE)

Exemple 2 – Moyenne de deux réfractions

Un étudiant fait la réfraction de l'œil droit d'un patient et obtient –3.00 / –1.00 x 15. Un autre étudiant fait une réfraction du même œil et obtient –2.75 / -1.25 x 5. Quelle est la moyenne de ces deux réfractions? Faites des calculs similaires à ceux ci-dessus mais au lieu d'additionner les deux vecteurs de puissance, calculez la moyenne pour chaque colonne.

Tableau 2-3: *Données et solution pour l'exemple 2*

ÉTAPE 1. CALCULER LE VECTEUR	S	C	A	J_{45}	M	J_{180}
Étudiant 1	-3.00	-1.00	15	**0.250**	**-3.50**	**0.433**
Étudiant 2	-2.75	-1.25	5	**0.109**	**-3.375**	**0.616**

ÉTAPE 2. TROUVER LA MOYENNE POUR CHAQUE COLONNE				**0.179**	**-3.438**	**0.524**
ÉTAPE 3. RECONVERTIR	**S**	**C**	**A**			
	−2.88	**-1.11**	**9**			

Q. Qu'est-ce qu'on obtiendrait si la moyenne des axes 5 et 15 aurait été utilisée au lieu des vecteurs de puissance?

Exemple 3 – À quel point une prescription a-t-elle changé?

La réfraction d'un patient il y a un an était : -3.00/ -1.00 x 15. Aujourd'hui, elle est : -3.00/ -1.00 x 75. À quel point la prescription sphéro-cylindrique a-t-elle changé? Remarquez que les deux prescriptions ont le même équivalent sphérique, alors, si on ignore l'axe, on peut supposer que très peu a changé. Résolvez ce problème en soustrayant la première prescription de la deuxième en utilisant les vecteurs de puissance.

Tableau 2-4: *Données et solution pour l'exemple 3*

ÉTAPE 1. CALCULER LE VECTEUR	S	C	A	J_{45}	M	J_{180}
Rx il y a un an	−3.00	−1.00	015	**0.250**	**−3.50**	**0.433**
Rx aujourd'hui	−3.00	−1.00	075	**0.250**	**−3.50**	**−0.433**

ÉTAPE 2. SOUSTRAIRE LA RX D'AUJOURD'HUI À LA RX D'IL Y A UN AN				**0.000**	**0.000**	**-0.866**
ÉTAPE 3. RECONVERTIR	**S**	**C**	**A**			
	+0.87	**−1.73**	**090**			

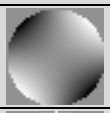
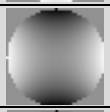
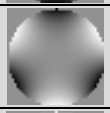
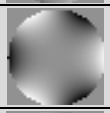
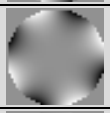
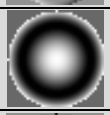
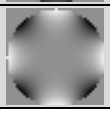
Même si ces calculs semblent fastidieux à faire à la main, ils sont facilement programmables dans un tableur tel que Microsoft Excel. Une telle feuille de calcul est disponible sur la page web de *Vision Science II*.

http://arapaho.nsuok.edu/~salmonto/vs2_lectures/PowerVector.xls

CONVERSION DE ZERNIKE EN RX DE LUNETTES

Les aberromètres mesurent des aberrations d'ordre inférieur et supérieur et les rapportent en utilisant des polynômes de Zernike. Chaque polynôme représente une aberration particulière. Le Tableau 2-5 liste les polynômes de Zernike, c'est-à-dire, les aberrations des ordres 2 à 4.

Tableau 2-5: *Les polynômes de Zernike des ordres 2 à 4*

ORDRE	MODE	NOM	ÉQUATION (POLAIRE)	TOPOGRAPHIE
2	Z_2^{-2}	Astigmatisme oblique	$\sqrt{6}\rho^2\sin 2\theta$	
2	Z_2^{0}	Défocalisation sphérique	$\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	
2	Z_2^{2}	Astigmatisme ALR/CLR*	$\sqrt{6}\rho^2\cos 2\theta$	
3	Z_3^{-3}	Trefoil oblique	$\sqrt{8}\rho^3\sin 3\theta$	
3	Z_3^{-1}	Coma vertical	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\sin\theta$	
3	Z_3^{1}	Coma horizontal	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\cos\theta$	
3	Z_3^{3}	Trefoil horizontal	$\sqrt{8}\rho^3\cos 3\theta$	
4	Z_4^{-4}	Tétrafoil oblique	$\sqrt{10}\rho^4\sin 4\theta$	
4	Z_4^{-2}	Astigmatisme oblique de 2e ordre	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\sin 2\theta$	
4	Z_4^{0}	Aberration sphérique	$\sqrt{5}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	
4	Z_4^{2}	Astigmatisme de 2e ordre ALR/CLR*	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\cos 2\theta$	
4	Z_4^{4}	Tétrafoil oblique	$\sqrt{10}\rho^4\cos 4\theta$	

CONVERSION DE ZERNIKE EN RX DE LUNETTES (SUITE)

Parmi les aberrations du Tableau 2-5, les aberrations du deuxième ordre sont dites d'ordre inférieur. À partir du troisième ordre, on parle d'aberrations d'ordre supérieur.

Les aberrations de deuxième ordre sont les erreurs réfractives qu'on corrige de routine avec les lunettes, en lentilles de contact et au LASIK conventionnel. Celles-ci incluent la défocalisation sphérique et l'astigmatisme (qui est divisé en deux modes). La quantité de chaque aberration présente est exprimée par un coefficient. Le coefficient associé à un mode particulier peut être représenté par une variable, tel que C, qui a un indice et un exposant correspondant au mode. Par exemple, les coefficients C_2^{-2}, C_2^0 et C_2^2 montrent respectivement les quantités d'aberration Z_2^{-2}, Z_2^0, et Z_2^2 qui sont présentes.

Fait intéressant, les trois termes de Zernike de deuxième ordre correspondent aux trois vecteurs de puissance J45, M et J180, alors il est possible de les convertir directement en vecteurs de puissance avec les Équations 2.7-2.9 (ci-dessous) pour ensuite convertir ces vecteurs de puissance en leur équivalent sphérique, cylindrique et axial en utilisant les Équations 2.4-2.6, tel que discuté plus haut.

Pour ce faire, utilisez les étapes suivantes :

1. Les aberromètres rapportent habituellement les coefficients de Zernike (C) en micromètres (1 x 10-6 m) et le diamètre pupillaire en millimètres (1 x 10-3 m). Gardez les unités de départ.
2. Divisez le diamètre pupillaire en deux pour avoir le rayon pupillaire (y dans les Équations 2.7-2.9). (Idéalement, il faudrait d'abord convertir toutes les valeurs en mètres, mais si on laisse les coefficients en microns et le rayon pupillaire en mm, on obtient un résultat final en dioptres.)
3. En utilisant les Équations 2.7-2.9, convertissez les coefficients C_2^{-2}, C_2^0 et C_2^2 en vecteurs de puissance J45, M et J180 respectivement.
4. Utilisez les Équations 2.4-2.6 pour reconvertir les vecteurs de puissance J45, M et J180 en sphère, cylindre et axe comme avant.

$J45 = (-2\sqrt{6})C_2^{-2}/y^2$ …Équation 2.7

$M = (-4\sqrt{6})C_2^{0}/y^2$ …Équation 2.8

$J180 = (-2\sqrt{6})C_2^{2}/y^2$ …Équation 2.9

Exemple 4

Considérez les données d'aberrométrie du Tableau 2-6 et calculez l'équivalent sphérique, le cylindre et l'axe. Supposez un diamètre pupillaire de 6,0 mm.

Tableau 2-6: *Polynômes de Zernike d'ordres 2 à 4*

DONNÉES D'ABERROMÉTRIE	C_2^{-2}	C_2^0	C_2^2
Micromètres	−0.50	+1.50	−0.50
VECTEURS DE PUISSANCE	**J45**	**M**	**J180**
Dioptres	0.27	−1.15	0.27
NOTATION CLINIQUE	**SPHÈRE**	**CYLINDRE**	**AXE**
Dioptres	−0.77	−0.77	22.5°

En comparant le signe du coefficient de défocalisation (C_2^0) et la puissance sphérique, vous remarquerez qu'une erreur positive de front d'onde correspond à une erreur myopique. Ces calculs peuvent facilement être programmés dans une feuille de calcul à partir du logiciel Excel.