POTÊNCIA DA LENTE E ESPESSURA DE LENTES

AUTOR

David Wilson: Brien Holden Vision Institute (BHVI), Sydney, Australia

REVISOR

Mo Jalie: Visiting Professor: University of Ulster, Varilux University in Paris

ESTE CAPÍTULO INCLUI UMA REVISÃO DE:

- Convenção de Sinais
- Potência ao Vértice Posterior
- Potência ao Vértice Anterior
- Potência Equivalente
- Formação da Imagem Astigmática
- Superfícies Tóricas
- Cilindros Cruzados Oblíquos

INTRODUÇÃO

As lentes oftálmicas são usadas para uma ou mais dos seguintes motivos:

1. Para corrigir ou aliviar errors refractivos e anomalias da visão binocular;
2. Para melhorar uma acuidade visual abaixo do normal e fornecer magnificação quando desejado;
3. Para proteger os olhos de radiação perigosa ou de lesão por agentes tais como o vento, poeira, e partículas voadoras (óculos de segurança)

As lentes oftálmicas também causam alguns efeitos indesejados. Por exemplo, elas podem refletir luz, restringir o campo de visão, modificar o tamanho ou a forma das imagens retinianas, ou perturbar o balanço oculomotor. Esta aula introduz alguns dos conceitos básicos sobre lentes oftálmicas. Outros assuntos irão ser abordados em aulas posteriores.

CONVENÇÃO DE SINAIS

Todas as fórmulas usadas em lentes oftálmicas descrevem uma caso geral. A convenção de sinais indica o sinal matemático que deve ser aplicado anteriormente a um número antes de ser usado na fórmula geral. Por convenção, a luz incidente viaja da esquerda para a direita e a direção de viagem é indicada pela seta no raio. Isto é conhecido como Convenção Cartesiana (após Rene Descartes, matemático Francês do século XVII).

As distâncias Horizontais, tais como a distância de um objecto a uma lente fina, são medidas a partir do sistema óptico até ao ponto em questão. As distâncias medidas a partir do sistema óptico e a direção de viagem da luz (isto é esquerda para a direita) são positivas. As distâncias medidas de um sistema óptico e na direção inversa da viagem da luz (isto é, da direita para a esquerda) são negativas. As distâncias verticais são medidas a partir do eixo óptico. As distâncias medidas para cima são positivas e as distâncias medidas para baixo são negativas.

Os ângulos dos raios são medidos do raio ao eixo óptico. Os ângulos medidos no sentido anti-horário são positivos eos ângulos medidos no sentido horário são negativos. Nas condições em que os ãngulos não podem ser medidos a partir do eixo óptico, devem ser medidos a partir de uma linha horizontal construída paralelamente ao eixo óptico. Nestes casos, o ângulo é medido da linha construída para o raio. Pode ser útil considerar o raio como sendo um raio convergente viajando da esquerda para a direita formando um ângulo positivo, onde um raio divergente irá formar uma ângulo negativo (Figura 10.1).

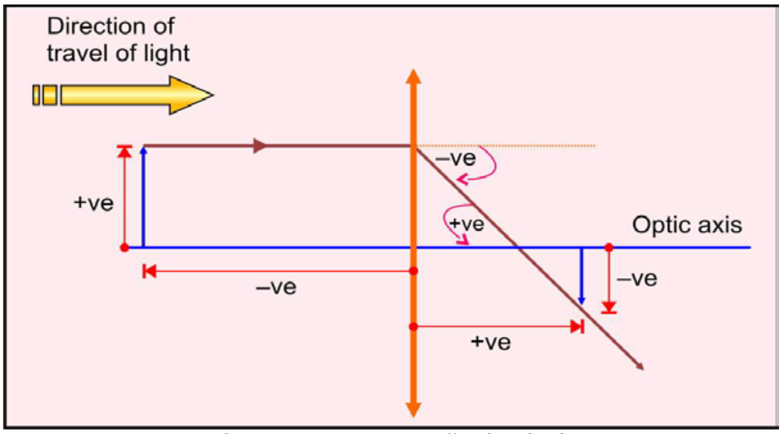


Figura 10.1: *Convenção de Sinais*

A luz que viaja de uma meio para outro (exemplo: do ar para o vidro) irá sofrer uma alteração na velocidade e uma alteração na direção. Irá sofrer uma alteração na direção se a direção de viagem da frente de onda não for perpendicular ao interface entre os dois meios. As frentes de onda perpendiculares passam através do interface sem se desviar e apenas sofrem uma alteração na velocidade. Uma alteração no índice de refração à medida que a luz passa de um meio para o próximo determina a extensão na qual a velocidade e direção da luz irá mudar. O índice de refração (n) de um meio descreve o rácio da velocidade da luz no ar e a velocidade da luz no meio. O índice de refração não tem unidades e é sempre maior que 1.0.

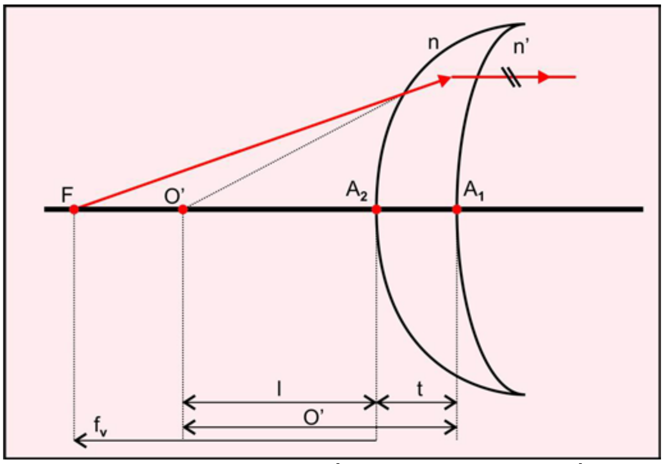


Figura 10.2: *Luz ao passar uma superfície não perpendicular à frente de onda*

REFRAÇÃO

A alteração na vergência descrita pela diferença na vergência incidente e emergente ao passar através de um sistema óptico é designado refração. Isto ocorre devido a diferenças no índice de refração do material do qual é feito o sistema óptico com respeito ao meio que o envolve, normalmente o ar.

No século XIV, o cientista alemão, Willbrord Snell, constatou que existe um ângulo constante entre os senos da luz incidente e a refração. Esta lei, conhecida normalmente pela lei de Snell *, é dada por:

$$\frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } i'} = \frac{n'}{n}$$

Onde: i é o ângulo de Incidência
i' é o ângulo de refração
n' é o meio no qual a luz viaja
n é o meio no qual a luz é incidente

* A lei é conhecida em França como a Lei de Descartes.

Símbolos

n, µ índice de refração
r, c Raio de curvatura de uma superfície
F_n, (f_n) Potência Equivalente (distância focal) da enésima superfície
F, (f) Potência Equivalente (distância focal) do sistema
F_v, (f_v) Potência ao Vértice Anterior (distância focal)
F'_v, (f'_v) Potência ao Vértice Posterior (distância focal)
L, (l) Vergência Objecto (distância) L', l' Vergência Imagem (distância)

Esta lista fornece alguns dos símbolos que são normalmente usados em cálculos de lentes oftálmicas. Na maioria dos casos (excepto para o raio) as letras pequenas indicam a distância (em metros) e a letra maiúscula indicam o inverso correspondente (em Dioptrias). Em unidades SI a “dioptria” é o inverso de metro (m^{-1}). Como regra geral as quantidades com apóstrofe referem-se ao espaço imagem.

LENTES ESFÉRICAS

Tal como discutido anteriormente, pode-se considerar que formam uma imagem pontual de um objecto pontual. A luz incidente da superfície esférica altera a sua vergência em cada superfície curva. É a interação entre o índice de refração e a curvatura de superfície que cria a potência da superfície. Uma lente esférica tem o mesmo raio de curvatura em toda a superfície da lente, dando à lente uma potência única. A potência da lente esférica pode ser quer positiva ou negativa. As lentes esféricas corrigem miopia e hipermetropia simples onde a imagem é focada mas posicionada de forma incorrecta relativamente à retina.

Qualquer potência de lente (F) é indicada em dioptrias. A potência dióptrica da lente representa o inverso do da distância focal da lente em metros. Após a refração, os raios emergente de uma lente esférica irão passar através do eixo principal no segundo foco principal (f') à direita da lente. O inverso da distância focal irá dar um valor positivo para a potência da lente. Ao contrário, os raios emergentes de uma lente esférica negativa serão divergentes. O segundo foco principal de uma lente negativa fica à esquerda da lente e a distância f' é assim negativa. O inverso da distância focal irá dar uma potência de valor negativo. Uma lente esférica tem a mesma potência em todos os meridianos – assim a luz incidente numa lente positiva no meridiano vertical irá ser desviada para o mesmo ponto no eixo óptico que a luz incidente no meridiano horizontal. Uma lente afocal, uma lente sem potência, é normalmente designada de Plano, ∞ (o símbolo grego para infinito) ou 0.00D.

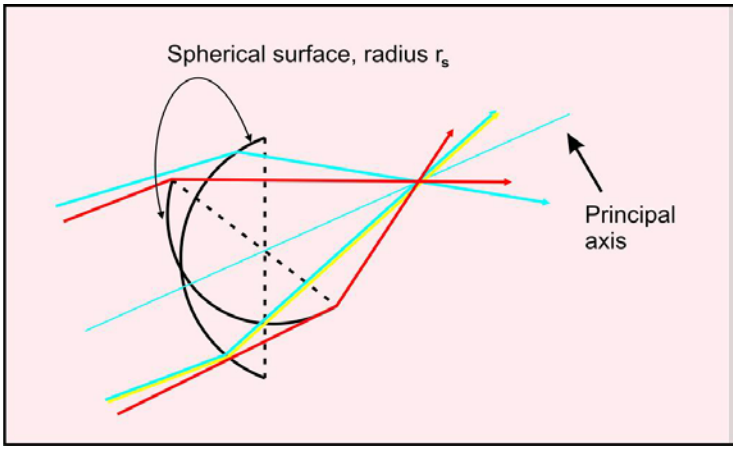


Figura 10.3: *Formação da imagem através de uma lente esférica*

Figura 10.3 mostra a formação da imagem de uma lente esférica positiva nos diferentes raios de curvatura. A luz de todos os meridianos forma um foco no segundo foco principal.

A potência de uma lente esférica está relacionada com o raio de curvatura das superfícies da lente e o material do qual a lente é feita. Em cada superfície a potência da lente pode ser calculada da seguinte forma:

$F = (n'-n) / r$

onde n' é o índice de refração do meio onde a luz incidente está a entrar (isto é a lente) e n é o índice de refração de onde a luz incidente é proveniente. Muitas vezes a lente está no ar (onde n=1), assim a equação da potência na superfície anterior da lente deve ser:

$F_1 = (n' - 1) / r_1$

Onde F_1 é a potência da lente na superfície anterior, n' é o índice de refração do material da lente e r_1 é o raio de curvatura da superfície anterior da lente.

A equação da potência na superfície posterior da lente deve ser lida da seguinte forma:

$F_2 = (1-n') / r_2$

onde F_2 é a potência na superfície posterior da lente e r_2 é o seu raio de curvatura.

POTÊNCIA DA LENTE

A potência da uma lente oftálmica pode ser dada pela potência nominal, F_A a qual é a soma das curvas das superfícies.

Isto é:

$F_A = F_1 + F_2$

Isto é referido como a fórmula das lentes finas.

A potência ao vértice posterior (PVP), Fv' tem em consideração a espessura da lente e representa a vergência da luz, originalmente paralela e incidente na superfície da lente, quando emerge da superfície posterior da lente. A potência ao vértice posterior de uma lente é o valor normalmente referido como a potência da lente para fins oftálmicos.

A potência ao vértice anterior (PVA), Fv representa a vergência da lente que forma o primeiro foco principal, na superfície anterior da lente ou, por outras palavraso inverso da primeira distância focal. Esta potência é apenas requerida com objectivos oftálmicos ao medir a adição de lentes bifocais ou progressivas.

A **potência equivalente (Fe)**, esta é a potência que a lente iria ter se fosse reduzida a uma lente fina.

"O inverso da distância reduzida do vértice posterior da lente para o segundo ponto focal"

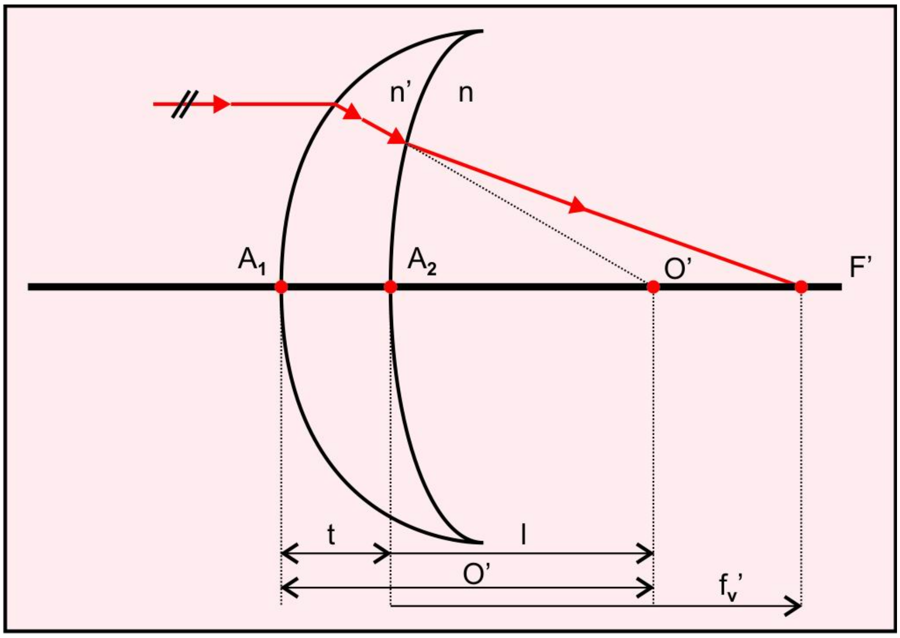


Figura 10.4: *Representação gráfica da potência ao vértice posterior de uma lente*

Figura 10.4, A_1 é o vértice anterior da lente e A_2 é o vértice posterior da lente.

A luz incidente na superfície anterior da lente é refratada de tal forma que irá estar focada em O' se a superfície posterior não tiver intervenção.

t é a espessura da lente

l é a distância objecto da luz emergente da superfície anterior na superfície posterior da lente

f'v distância focal do vértice posterior

F' é o segundo ponto focal

POTÊNCIA DA LENTE (cont.)

A potência ao vértice posterior é a potência especificada para lentes oftálmicas uma vez que o olho está posicionado atrás do vértice posterior da lente (à direita na figura). Normalmente, qualquer lente para a qual é especificada a PVP assume que o segundo ponto focal cai esfera do ponto remoto.

A Potência ao vértice posterior é calculada assumindo da fórmula:

$$F'v = F_2 + \frac{F_1}{1 - (t/n)F_1}$$

É claro a partir da fórmula que a potência ao vértice posterior é afectada pela espessura e indice de refração da lente.

Por exemplo: Uma lente tem superfícies curvas de F1 = +12.00 D e F2 = -4.00 D, tem uma espessura central de 8 mm a um índice de refração é de 1.600.

A potência nominal é:

$F_A = F_1 + F_2$

$= +12 + -4 = +8.00$ D

A potência ao vértice posterior é:

$$F'v = F_2 + \frac{F_1}{1 - (t/n)F_1}$$

$$F'v = -4 + \frac{12}{1 - (0.008/1.6)12}$$

$$F'v = +8.77 \text{ D}$$

POTÊNCIA AO VÉRTICE ANTERIOR

Definição: O inverso da distância reduzida entre o ponto focal primário e o vértice anterior da lente

Na Figura 10.5, A_1 é o vértice anterior da lente e A_2 é o vértice posterior da lente. A luz do primeiro foco principal irá sair paralela após atravessar a superfície posterior da lente.

t é a espessura da lente
l é a distância objecto da luz emergente da superfície anterior na superfície posterior da lente
fv é a distância focal do vértice anterior
F é o primeiro ponto focal

A potência ao vértice anterior é calculada com a fórmula:

$$Fv = F_1 + \frac{F_2}{1 - (t/n)F_2}$$

É claro a partir da fórmula que a potência ao vértice posterior é afectada pela espessura e pelo índice de refracção da lente.

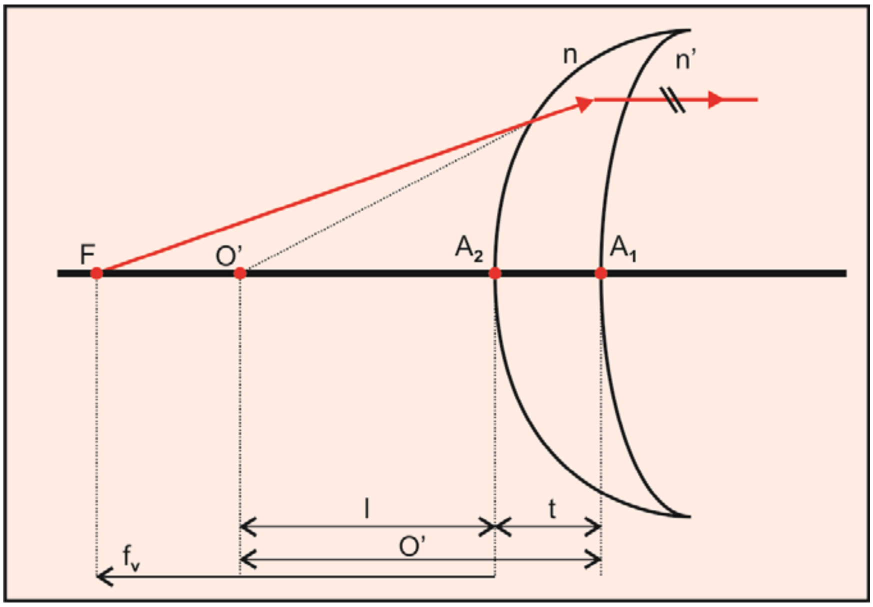


Figura 10.5: *Potência ao vértice anterior*

Para o mesmo exemplo usado anteriormente: Uma lente tem como superfícies curvas F1 = +12.00 D e F_2 = -4.00 D, a sua espessura ao centro é 8 mm e o índice de refração é 1.600.

A potência nominal é:

$F_A = F_1 + F_2$

$+12 + -4 = +8.00$ D

A potência ao vértice anterior:

$$Fv = F1 + \frac{F_2}{1 - (t/n)F_2}$$

$$Fv = 12 + \frac{-4}{1 - (0.008/1.6)\text{-}4}$$

$F´v = +8.08$ D

Esta varia significativamente da potência ao vértice posterior de +8.77. Apenas uma lente equiconvexa teria a mesma potência ao vértice anterior e posterior.

POTÊNCIA EQUIVALENTE

Definição: A potência equivalente é a potência que a lente teria se fosse reduzida a uma lente fina.

Uma lente fina a qual iria substituir uma lente espessa seria colocada nos planos equivalentes. Os pontos equivalentes, onde estes planos intersectam o eixo principal são dois dos seis pontos cardinais da lente.

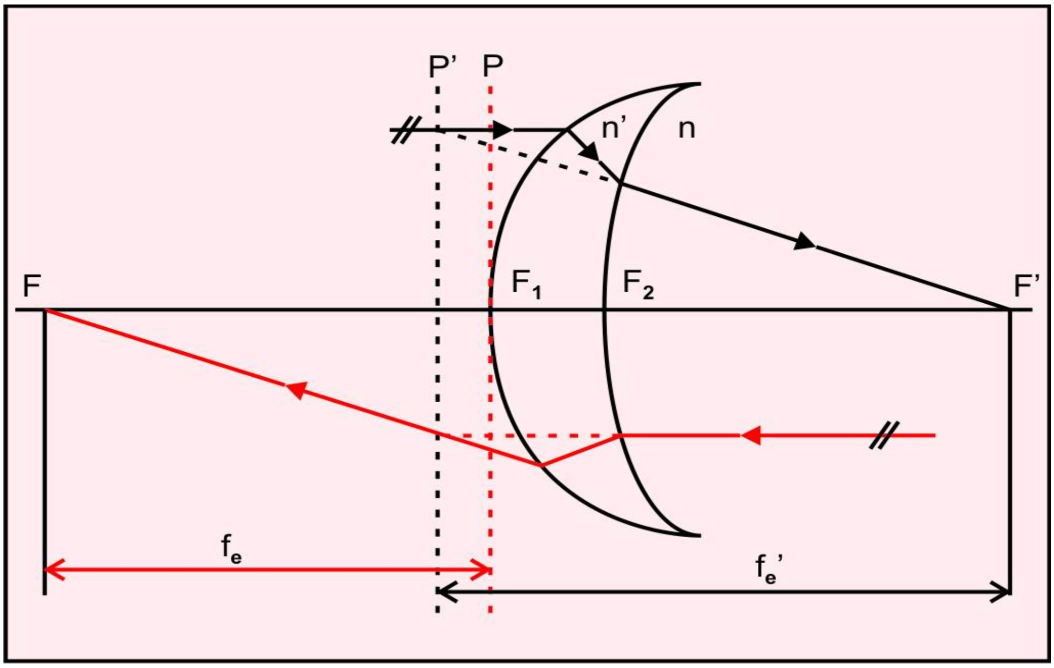


Figura 10.6: *Potência Equivalente*

Na figura 10.6, P' é o segundo plano principal com a potência equivalente neste ponto a formar um foco no segundo foco principal. P é o primeiro plano principal com a potência equivalente nesta posição a dar origem a luz paralela quando proveniente do primeiro foco principal.

t é a espessura da lente
f'e é a segunda distância focal equivalente
fe é a primeira distância focal equivalente

EXEMPLOS DE CALCULO:

Exemplo 1
Calcular a potência ao vértice posterior de uma lente com uma curva anterior de +11.00 D, euma curva posterior de -3.00D, espessura ao centro de 9.00 mm e índice de refração de 1.670.

$$Fv' = F_2 + \frac{F_1}{1 - (t/n')F_1}$$

$$Fv' = (-3.00) + \frac{+11.00}{1 - (0.009/1.670)(+11.00)}$$

$= +8.69$ D

POTÊNCIA EQUIVALENTE (cont.)

Exemplo 2
Calcular a potência ao vértice posterior de uma lente com curva anterior de +9.00 D, e curva posterior de -2.00 D, espessura central de 7 mm e índice de refração de 1.560.

$$Fv' = F_2 + \frac{F_1}{1 - (t/n')F_1}$$

$$Fv' = (-2.00) + \frac{+9.00}{1 - (0.007/1.560)\,(+9.00)}$$

$$= +7.38 \text{ D}$$

Exemplo 3
Calcular a potência ao vértice posterior e vértice anterior de uma lente com curva anterior de +10.00D, uma curva posterior de -4.00 D, espessura ao centro de 6 mm e índice de refração de 1.591.

$$Fv' = F_2 + \frac{F_1}{1 - (t/n')F_1}$$

$$Fv' = (-4.00) + \frac{+10.00}{1 - (0.006/1.591)\,(+10.00)}$$

$$= +6.80 \text{ D}$$

$$Fv = F_1 + \frac{F_2}{1 - (t/n')F_2}$$

$$Fv = (+10.00) + \frac{-4.00}{1 - (0.006/1.591)\,(-4.00)}$$

$$= +6.06 \text{ D}$$

LENTES CILÍNDRICAS

Nos casos onde existe a necessidade de corrigir um erro refractivo mais complexo que uma simples miopia ou hipermetropia, uma lente esférica pode não ser adequada. Uma lente cilíndrica é uma lente cujo raio de curvatura não é igual em todos os meridianos, De facto, a potência é plana num dos meridianos principais aumentando até aum máximo no segundo meridiano principal, que dista 90º. É necessária uma lente cilíndrica quando existe astigmatismo simples. Para astigmatismo composto ou misto, é necessário uma lente tórica.

FORMAÇÃO DA IMAGEM

A Figura 10.7 mostra uma lente cilíndrica. A luz no meridiano principal irá atravessá-lo sem ser desviada, uma vez que não existe potência neste meridiano. A luz no meridiano horizontal irá formar uma linha focal à distância focal da potência do meridiano horizontal. A linha focal formada ir-se-á formar no meridiano vertical, isto é, perpendicular ao meridiano que o forma.

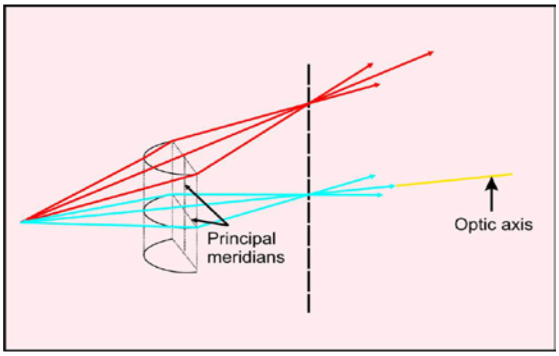


Figura 10.7: *Formação da imagem através da uma lente cilíndrica*

LENTES ESFERO-CILÍNDRICAS

FORMAÇÃO DA IMAGEM

Agora deve ser claro que a adição de duas potências cilíndricas com eixos perpendiculares e com potência diferentes irão produzir uma lente esfero-cilíndrica. Enquanto uma lente cilíndrica produz uma linha de foco, uma lente esfero-cilíndrica produz duas linhas focais, as quais são perpendiculares entre si e correspondem á orientação dos meridianos principais da lente.

O feixe de raios formado é conhecido com feixe astigmático e a separação das linhas focais é designada Intervalo de Sturm (Figura 10.8).

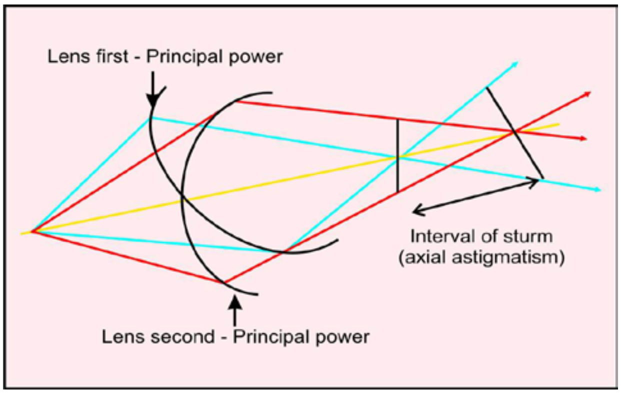


Figura 10.8: *A formação da imagem através de lentes esfero-cilíndricas e o intervalo de Sturm*

Deverá ser notado que um raio que passa através de qualquer ponto de uma lente para além dos meridianos principais irá passar através de ambas as linhas focais. Essencialmente, um raio que não passa através do meridiano de máxima potência não verá a sua vergência alterada na mesma extensão como se passa-se através do meridiano de máxima potência, mas a vergência será mais alterada do que ao atravessar o meridiano de mínima potência.

INTERVALO DE STURM

A Figura 10.9 Ilustra a formação da imagem ao longo do feixe astigmático de uma superfície toroidal com dois meridianos positivos, expressos na forma esfero-cilíndrica positiva. A potência astigmática da componente cilíndrica positiva está ao longo do meridiano a 180 graus (isto é. Eixo a 90º). A luz incidente no plano horizontal da lente irá ser afectada quer pela potência esférica quer pela potência cilíndrica (foco em B). A luz incidente no plano vertical é afectada pela potência da esfera apenas (foco em A). Pode ser observado que a imagem que se move da esquerda para a direita na figura é inicialmente uma elipse alongada no meridiano horizontal, em seguida uma linha focada horizontal, seguida de um círculo, uma linha vertical focada e finalmente uma elipse alongada no meridiano vertical.

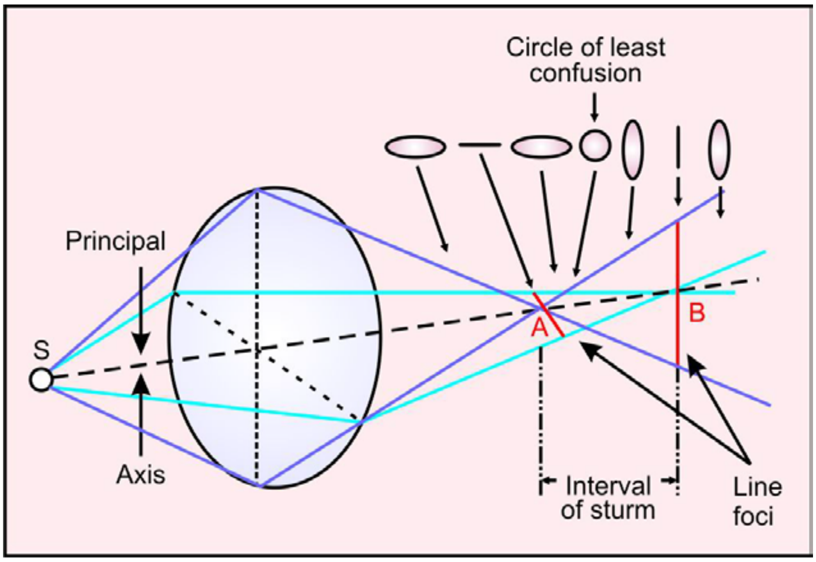


Figura 10.9: *Conoide de Sturm*

Se for colocado um ecrã em cada posição descrita acima ao longo do feixe astigmático, a formação da imagem poderá ser observada. O círculo de menor confusão está posicionado dioptricamente entre as duas linhas focais. A formação da melhor imagem de uma superfície toroidal irá ser no círculo de menor confusão uma vez que é nesta posição que a imagem de um ponto objecto irá ser correctamente representada em termos das suas dimensões relativas horizontais e verticais mesmo que não esteja focada na perfeição. Em qualquer das linhas focais, uma imagem de um ponto objecto iria ser percebida como uma linha.

O CÍRCULO DE MENOR CONFUSÃO

O círculo de menor confusão é uma posição na qual a imagem mais clara de uma superfície toroidal pode ser obtida. Neste ponto o feixe astigmático é circular. Esta posição está localizada no inverso da potência média dos dois meridianos principais (Figura 10.10).

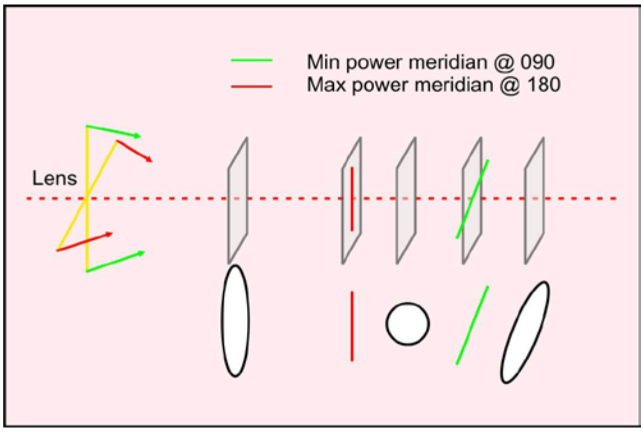


Figure 10.10: *Formação de elipses, imagens linha e circulo de menor confusão*

Exemplo

Uma lente esfero-cilindrica tem a potência de +8.00 / -2.50 x 180.

Onde a estão as linhas focais e o circulo de menor confusão localizados para um objecto a 0.5 m em frente da lente?

Potências nos meridianos principais +5.50 D @ 90 e +8.00 D @ 180

Para um objecto a 0.5 m l = -0.5 ∴ L = 1/ (-0.5) = -2

Para a linha focal vertical FH = +8.00 D

De, L' = L + F; LH' = (-2) + (+8) = +6

lH' = 1/6 = 16.7 cm

Para a linha focal horizontal FV = +5.50 D

LV' = +3.5   lV' = 1/3.5 = 28.6 cm

Para o círculo de menor confusão Lclc' = (LH' + LV') /2 = 9.5/2 = 4.75

lclc' = 1/(4.75) = 21.1cm

INTERVALO DE STURM

Nos Princípios das Lentes e Formação da Imagem introduzimos a ideia que uma lente astigmática pode ser considerada como duas lentes plano-cilíndricas a 90 graus uma da outra.

Para transpor da forma de prescrição para a forma de cilindro cruzado:
1. Escreva a esfera como um cilindro com o seu eixo a 90 graus do eixo de prescrição
2. Adicione o cilindro à esfera para obter o segundo cilindro e escreva-o como cilindro com o seu eixo na mesma orientação do eixo de prescrição

Assim para seguinte prescrição +4.00 / –1.00 × 90 esta iria tornar-se +4.00 × 180 / +3.00 × 90

Note que os cilindros cruzados são as duas potências principais da lente.

Exemplos

1 – 3.00 / –0.50 × 60 irá tornar-se
– 3.00 × 150 / – 3.50 × 60

2 – 3.00 / –0.50 × 60 irá tornar-se
– 3.00 × 150 / – 3.50 × 60

3 Plano /– 2.00 × 150 irá tornar-se
Plano × 60 / – 2.00 × 150

4 +0.75 / –1.50 × 45 irá tornar-se
+0.74 × 135 / – 0.75 × 45

5 +2.00 / –2.00 × 60 irá tornar-se
+2.00 × 150 / Plano × 60

TRANSPOSIÇÃO DE CILINDRO CRUZADO (DA FORMA DE CILINDRO CRUZADO PARA FORMA DE PRESCRIÇÃO)

Para transpor da forma de cilindro cruzado para a forma de prescrição:
1. Escreva o primeiro cilindro como uma esfera
2. Subtraia o primeiro cilindro do segundo para obter o cilindro
3. Escreva o eixo do segundo cilindro como o eixo da prescrição

Assim um cilindro cruzado: +2.00 × 90 / +1.50 × 180
Irá tornar-se: +2.00 / –0.50 × 180

Exemplos

1 –1.00 × 180 / –1.50 × 90 irá tornar-se
–1.00 / –0.50 × 90

2 +3.00 × 90 / +2.00 × 180 irá tornar-se
+3.00 / –1.00 × 180

3 +1.00 × 180 / +2.00 × 90 irá tornar-se
+1.00 / +1.00 × 90

(note que desta forma origina-se uma prescrição em cilindro positivo; esta poderia ser transposta para cilindro positivo se desejado)

4 Plano × 150 / – .50 × 60 irá tornar-se
Plano / –1.50 × 60

LENTES TÓRICAS

A Figura 10.11 demonstra as diferenças entre uma lente cilíndrica e uma lente tórica. A lente cilíndrica apresentada na Figura 10.11A tem uma superfície posterior plana e uma potência nula ao longo de um meridiano da superfície anterior (indicado por pl) mas uma potência de +4.00 ao longo do meridiano vertical da superfície anterior. Note que a tente tórica apresentada aqui na Figura 10.11B tem uma superfície posterior esférica (-3.00 D em todos os meridianos) e diferentes potências (mas não zero) ao longo de diferentes meridianos na superfície anterior. A superfície anterior desta lente é assim uma superfície toroidal. Mesmo a superfície posterior sendo esférica, o somatório das superfícies anterior e posterior contem potência tórica e desta forma é uma lente tórica. A superfície tórica pode ser quer na parte anterior da lente ou posterior (ou raramente, em mabas as superfícies) das lentes.

(**Note** que uma lente cilíndrica pode ser feita de uma superfície tórica e esférica. Perceber uma lente tórica é simplificada se considerar primeiro uma lente cilíndrica.

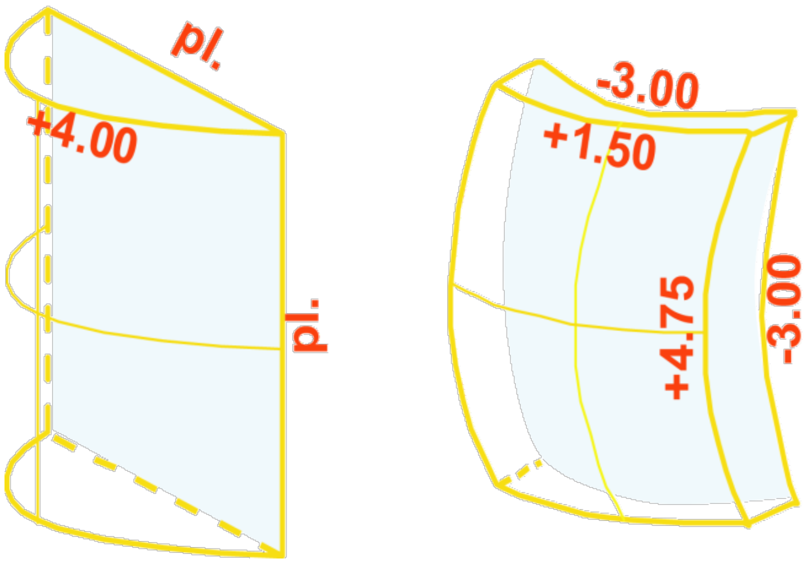


Figura 10.11: *(A) Lentes Cilíndricas e (B) Lentes Tóricas*

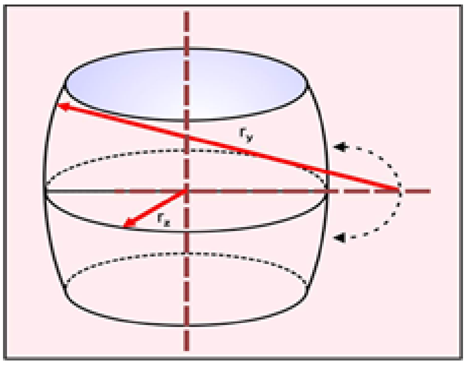
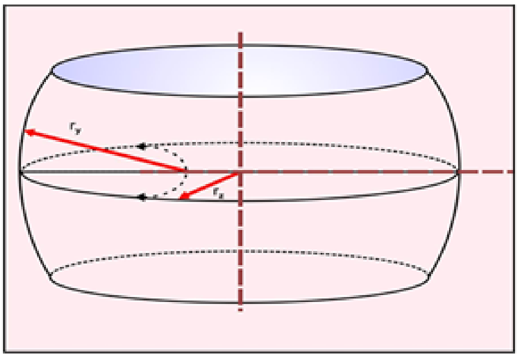
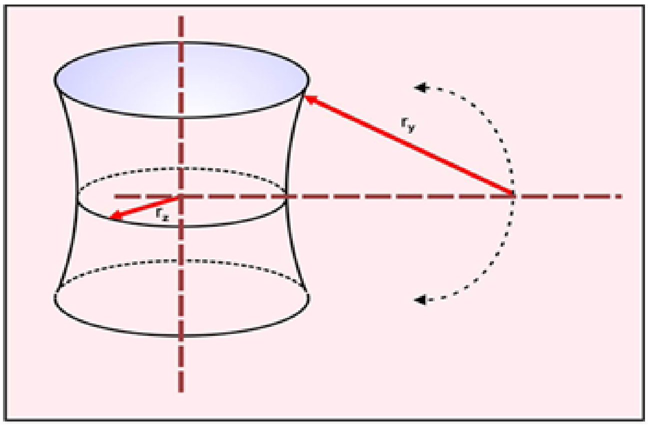
As superfícies tóricas têm potência em cada um dos meridianos principais. A potência no meridiano principal não é equivalente. É uma superfície simples que cria o mesmo efeito óptico que colocar de forma conjunta dois cilindros de potência distinta com os seus eixos perpendiculares. A segunda superfície com potência é gerada através da rotação de um arco em torno de um centro de curvatura que está no mesmo plano do centro de curvatura do primeiro arco, mas não na mesmo posição.

O ponto-chave é que os centros de curvatura das duas superfícies com potência não estão no mesmo plano. Os meridianos principais são os meridianos de potência mínima e máxima.

A terminologia tórica tradicional indica a potência numérica mais baixa como a curva base e a potência numérica mais elevada como a curva cruzada. No entanto, o termo curva base tem sido dado a muitos significados e é muitas vezes usado de forma vaga e de forma incorrecta.

A maioria das lentes esfero-cilíndricas são normalmente feitas com superfície posterior tórica, onde previamente, era mais comum a superfície anterior tórica. A superfície anterior esférica continua a ser referida como curva base, e a curva mais plana na superfície posterior é referida como a curva base tórica.

SUPERFÍCIES TÓRICAS

BARRIL	A Figura 10.12 mostra a geração de uma superfície tórica em barril. O arco r_y é criado e é rodado em torno do centro de curvatura de r_z. Ambas superfícies geradas têm potência positiva. Para uma superfície toroidal em barril r_y tem um raio de curvatura que não mais o raio de curvatura de r_z.	 **NB. Centro da curvatura de $r_z \neq r_y$** **∴ Ambos os meridianos têm potência mas a potência da superficie $r_z \neq$ da potência da superfcie r_y** ***Figura 10.12:*** *Criação de uma superfície em barril (centro de curvatura de $r_z \neq r_y$)*
PNEU	A Figura 10.13 mostra a geração de uma superfície toroidal em pneu. Novamente, ambas as superfícies geradas têm potência positiva quando o arco produzido pela curva r_y é rodado em torno do centro de curvatura do segundo arco gerado por r_z. A curva base na formação em pneu corresponde a r_z e a curva perpendicular a r_y.	 **NB. Centro da curvatura de $r_z \neq r_y$** **∴ Ambos os meridianos têm potência mas a potência da superfície $r_z \neq$ da potência da supericie r_y** ***Figura 10.13:*** *Criação de uma superfície em pneu (centro de curvatura $r_z \neq r_y$)*
CAPSTAN	A Figura 10.14 mostra a criação de uma superfície Capstan. O primeiro arco gerado é um arco côncavo com raio de curvatura r_y. A segunda superfície gerada pela rotação de r_y em torno do centro de curvatura da superfície r_z. A curva base nas superfícies capstan é normalmente r_z e a curva cruzada r_y no entanto isto pode estar reservado para algumas superfícies Capstan. Note que a superfície formada por r_y indica uma lente de potência negativa.	 **NB. Centro da curvatura de $r_z \neq r_y$** **∴ Ambos os meridianos têm potência mas a potência da superfície $r_z \neq$ potência da superficie r_y** ***Figura 10.14:*** *Criação de uma superfície Capstan (centro de curvatura de $r_z \neq r_y$)*

CILINDROS CRUZADOS OBLÍQUOS

A maioria das aplicações que relacionam lentes esfero-cilíndricas pode ser reduzido para o caso de dois cilindros cruzados com eixos perpendiculares.

Uma circunstância especial surge quando existem dois cilindros cruzados e os seus eixos não são perpendiculares. Um exemplo seria quando uma sobre-refração esférica é efetuada sobre a prescrição standard. O resultado é uma outra refração esfero-cilíndrica com os meridianos principais em eixos perpendiculares.

Um método simples de determinar a potência da lente resultante é colocar as lentes na armação de prova e usar um focómetro para ler a potência equivalente (ver capitulo sobre medição de lentes). É também possível calcular a potência resultante.

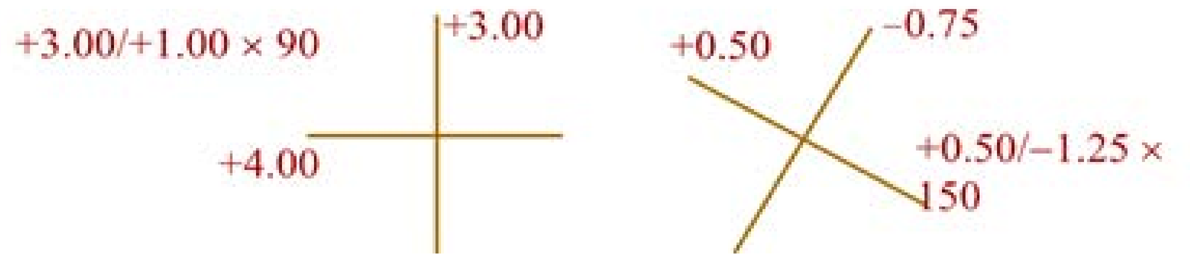
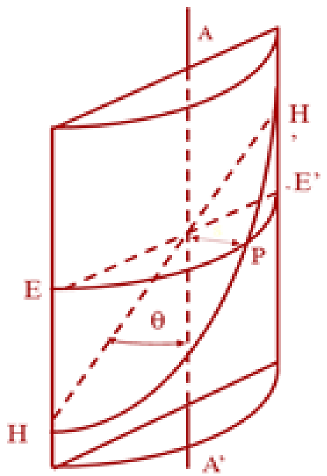


Figura 10.15: *Cilindros cruzados oblíquos*
Segundo cenário onde o eixo de uma lente cilíndrica não é perpendicular à outra lente cilíndrica

O nosso entendimento de cilindros cruzados oblíquos podem ser melhorados considerando a aproximação da potência ao longo de outros meridianos para aleém dos meridianos principais. A Figura 10.16 apresenta uma superfície cilindrica. AA' e EE' são os meridianos principais. HH' é um meridiano entre os dois meridianos principais. Ao longo deste meridiano, qual é a potência da superfície cilíndrica? Considerando a formula aproximada da sagita foi demonstrado que a potência ao longo de qualquer meridiano, oblíquo aos meridianos principais tem uma potência $F\theta = F. \sin 2\theta$, onde F é a potência do cilindro.

AA' é plana
EE' é circular, raio r
HH' é elíptica, raior_θ

- **Fórmula sagital aproximada:**
  - **$s = y^2 / r$**
  - **$s = (EP^2) / r = (HP^2) / r\theta$**
  - **$r_\theta = r\ (HP^2) / (EP^2)$**
    - **Uma vez que (EP)/(HP) = $\sin\theta$ e1/r = R**



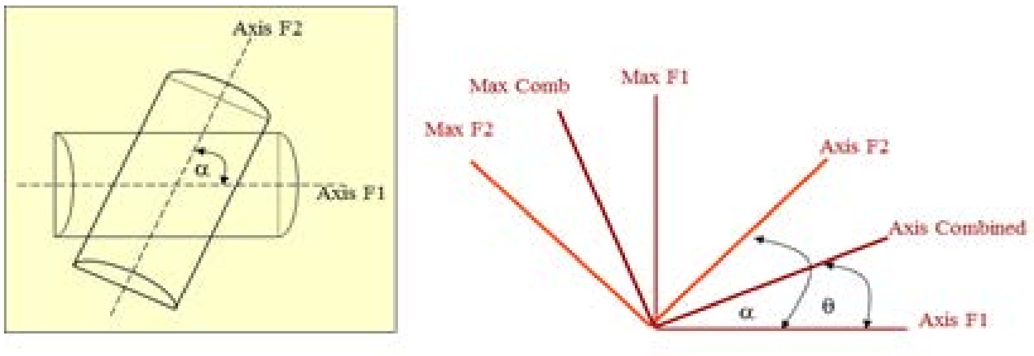
$$\boxed{R_\theta = R.\sin^2\theta \quad or \quad F_\theta = F.\sin^2\theta}$$

Figura 10.16: *Variação na magnitude da potência cilíndrica com o ângulo*

MÉTODO MATEMÁTICO

Se os dois cilindros estiverem cruzados obliquamente, os seus ângulos não fazem 90º. A potência resultante da combinação não é determinada de forma simples como adicionar as duas potências.

O ângulo entre os eixos dos meridianos (isto é os meridianos de mínima e máxima potência) é conhecido. O eixo da resultante dos cilindros cruzados irá cair algures entre os meridianos dos cilindros constituintes. A potência combinada máxima irá representar a soma da esfera e da potência cilíndrica, onde os dois cilindros transpostos para a forma esfero-cilindrica irão cair entre o máximo dos dois cilindros.



- **Eixo Combinado = meridiano de menor Potência =S+C**
- **Máximo Combinado = Potência Cilindrica Combinada =C**
- **Eixo do Cilindro Resultante =θ**

Figura 10.17: *Representação esquemática da resultante dos cilindros cruzados*

Assumindo cilindros de potência positiva, a potência mínima irá cair ao longo do eixo θ. Calcule as potências neste ângulo e some-as para encontrar a potência máxima.

De igual forma a potência máxima (ou esfera mais cilindro) do cilindro resultante irá cair a 90º + θ. Calcule as potências neste ângulo e some-as para encontrar a potência máxima.

- **Para determinar 'S' calcular F_1 para o meridiano θ e F_2 para meridiano θ. ie.**
  - Potência de F_1 a $\theta = F_1.\sin^2\theta$
  - Potência de F_2 a $\theta = F_2.\ \sin^2(\alpha - \theta)$
  - $S = F1.\sin^2\theta + F_2.\ \sin2(\alpha - \theta)$
- **Para determinar 'S+C', calcular F_1 e F_2 para meridiano (90 + θ) i.e.**
  - F_1 a $(90+\ \theta) = F_1.\ \sin^2(90+\ \theta) = F1.\ \cos^2\ \theta$
  - F_2 a $(90+\ \theta) = F_2.\ \sin^2(90+(\alpha - \theta) = F1.\ \cos^2\ (\alpha - \theta)$
  - $S + C = F_1.\ \cos^2\ \theta + F_1.\ \cos^2\ (\alpha - \theta)$

MÉTODO MATEMÁTICO (cont.)

Determinar o ângulo q requer algum calculo, mas a equação dada abaixo fornece a solução. Os valores negativos aplicam-se ao sector a 90º e a 180º.

- **C = (S + C) - S ie.**
  $C = (F_1.\cos^2\theta + F_1.\cos^2(\alpha - \theta))$
  $- (F_1.\sin^2\theta + F_2.\sin^2(\alpha - \theta))$
  $\therefore C = F_1.\cos^2\theta + F_2.\cos^2(\alpha - \theta)$
  Que pode ser reescrito como
  $C = F_1.\cos^2\theta + F_2.\cos^2\alpha.\cos^2\theta + F_2.\sin^2\alpha.\sin^2\theta$

Esta equação pode ser diferenciada (dC/dq) e simplificada em:

$$\boxed{\tan^2\theta = \frac{F_2.\sin^2\alpha}{F_1 + F2.\cos^2\alpha}}$$

Quando θ é conhecido, S pode ser obtido por substituição:
$S = F_1.\sin2\,\theta + F_2.\sin2(\alpha - \theta)$

Quando θ e S são conhecidos, C pode ser conhecido de:
$(S + C) + S = F_1 + F_2$

Rearranjada: C = (F1 + F2) - 2S

SUMÁRIO DO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO DE UM CILINDRO CRUZADO OBLÍQUO

1) Transpor para a forma esfero-cilíndrica (se necessário)
2) Considere apenas a componente cilindrica no cálculo
3) Seleccione o cilindro com o eixo mais próximo de 0º ou 180º como F_1
4) Calcule α = Eixo F_2 - Eixo F_1
5) Determine θ
6) Determine S
7) Determine C
8) Calcular o eixo cilíndrico resultante a partir de (θ + eixo F_1)
9) Corrija a esfera do passo 1 (se necessário)

Exemplo

A. +3.00 / +1.00 × 90

B. +0.50 / –1.25 × 150

1. Converter B em -0.75 / +1.25 × 60

2. As componentes esféricas adicionam-se a +2.25.

3. Agora use F_1=+1.25 x 60 e F_2=+1.00 × 90

4. α=30°

5. θ =13.16°

6. S= 0.15

7. C= 1.95

8. Eixo = 73

9. Final Rx= +2.25 / +2.00 × 73 (arredondado)

SUMÁRIO

Nesta aula nós abordámos a potência de lentes, os tipos básicos de lente, esferas, cilindros e esfero-cilindros. As imagens produzidas por estas lentes (em forma positiva) podem ser demonstradas usando uma bancada óptica.

Nas aulas seguintes iremos abordar outras formas de lentes e aberrações que afectam a qualidade das imagens produzidas.

BIBLIOGRAFIA

Jalie M. 2003. *Ophthalmic Lenses and Dispensing.* Butterworth Heinemann, London.

Jalie M. 1984. *Principles of Ophthalmic Lenses*, ABDO, London.

Wakefield KG and Bennet AG. 2000. *Bennett's Ophthalmic Prescription Work,* Butterworth-Heinemann.

Brooks CW and Borish IM. 2006*. System of Ophthalmic Dispensing.* Butterworth Heinemann.

Brooks CW. 2005. *Essentials of Ophthalmic Lens Finishing.* Butterworth-Heinemann.

Wilson D. 2006. *Practical Optical Dispensing 2nd Edition.* Open Training and Education Network, Sydney.

Wilson D and Stenersen S. 2002. *Practical Optical Workshop.* Open Training and Education Network, Sydney.