BrienHoldenVisionInstitute

BIẾN ĐỔI FOURIER

TÁC GIẢ

Thomas Salmon: Đại học bang Northeastern, Hoa kì

THẨM ĐỊNH

Scott Steinman: Đại học khúc xạ nhãn khoa Nam California, Hoa kì

CHƯƠNG NÀY BAO GỒM CÁC NỘI DUNG:

- Phân tích Fourier
- Các đặc điểm của sóng sin
- Các hàm số 2 chiều
- Các biến đổi Fourier

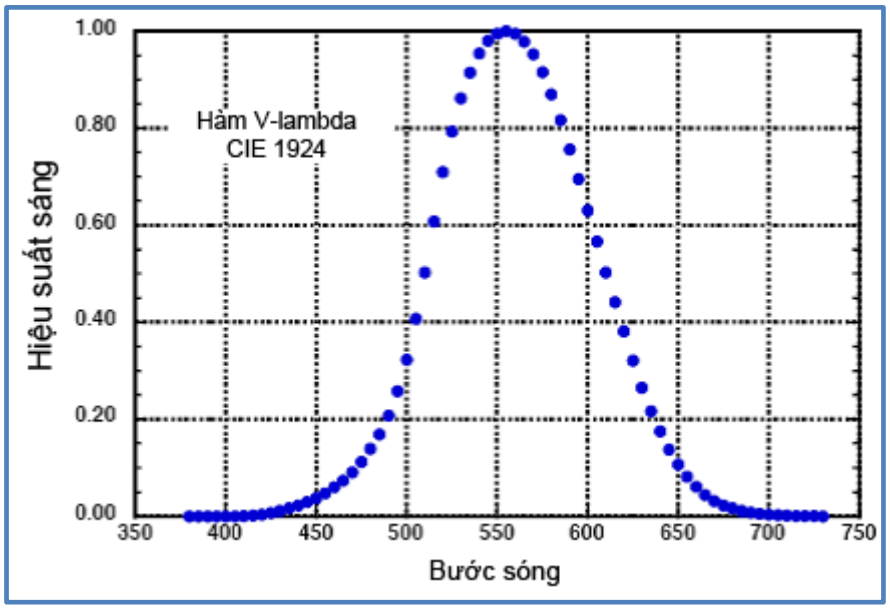
PHÂN TÍCH FOURIER

Joseph Fourier (1768-1830) là một nhà vật lí toán trong quân đội của Napoleon được giao nhiệm vụ phục vụ ở Ai cập. Trong thời gian ở đây, ông đã nghiên cứu sự truyền nhiệt ở mặt đất và đã đề ra một phương pháp mới để phân tích các hàm toán học. Ông đã phát hiện ra rằng dù phức tạp đến đâu thì bất kì **hàm** toán học nào (tức là bất kì đường cong nào) cũng có thể phân tích được thành các thành phần cơ bản, đó là các sóng sin. Cũng như một từ có thể được phân tích thành các thành phần (đó là các chữ cái). Với 26 chữ chúng ta có thể viết bất kì chữ nào, và tương tự như vậy, chỉ với các sóng sin, chúng ta có thể tạo ra bất kì hàm nào, tức là bất kì đường cong nào.

Hình 12-1: *Joseph Fourier*

PHÂN TÍCH FOURIER (TIẾP THEO)

Hàm toán học là một chuỗi số thay đổi một cách hệ thống. Chúng ta nói rằng các số thay đổi như là một hàm của một đại lượng khác, và thường biểu diễn dữ liệu trên các trục x-y. Trong trường hợp này, chúng ta chỉ ra giá trị của một biến phụ thuộc (ở trục y) thay đổi thế nào theo (như là một hàm của) giá trị của một biến độc lập (ở trục x). Chúng ta đã dùng các loại hàm một chiều này để nghiên cứu một số khía cạnh của thị giác như hiệu suất sáng, thích ứng tối, và độ nhạy phổ của tế bào quang thụ. Hàm CIE 1924 V(λ) được thấy ở Hình 12-2.



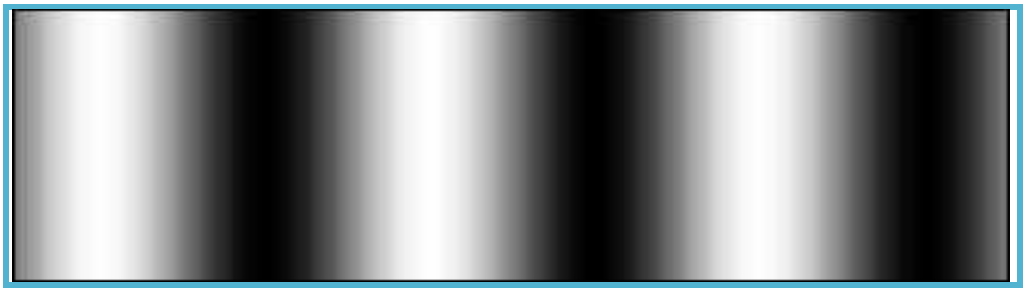
Hình 12-2: *Một hàm một chiều*

Khi sử dụng phân tích Fourier, chúng ta có thể phân tích hàm này thành các thành phần nhỏ, tất cả các thành phần này là các sóng sin, chúng thay đổi về tần số và độ lớn.

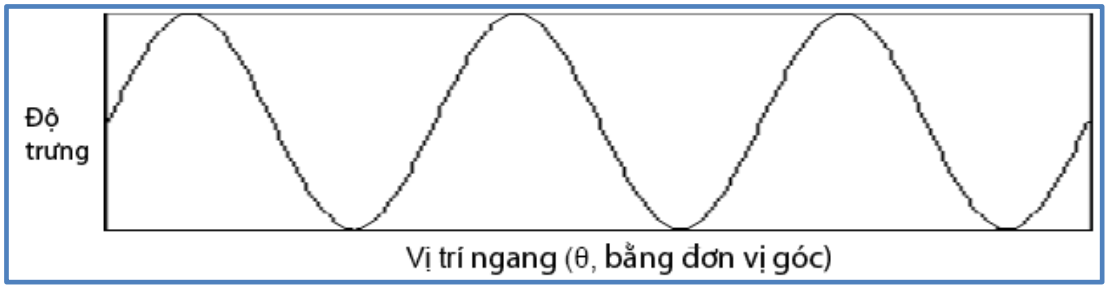
Phân tích Fourier được dùng để phân tích và nghiên cứu các hàm số trong nhiều lĩnh vực khoa học, kĩ thuật và kinh doanh.

CÁC ĐẶC ĐIỂM CỦA SÓNG SIN

Hình 12-3 là một thí dụ của một cách tử sóng sin và Hình 12.4 cho thấy biên dạng độ chói (luminance profile) của nó là một sóng sin.



Hình 12-3: *Một hàm một chiều*



Hình 12-4: *Biên dạng độ chói của cách tử sóng sin ở* ***Hình 12-3***

CÁC ĐẶC ĐIỂM CỦA SÓNG SIN (TIẾP THEO)

Để hiểu những đặc điểm cơ bản của cách tử sóng sin, chúng ta hãy xem xét biên dạng độ chói như hình bên trên, nó là một hàm một chiều. Một cách tử sóng sin, cũng như biên dạng độ chói một chiều của nó (là một sóng sin) có thể được thay đổi theo các cách sau:

- **Tần số**: bao nhiêu chu kì có trong một khoảng xác định
- **Biên độ**: độ cao của các đỉnh và độ thấp của các lõm, biên độ liên quan với **tương phản**
- **Góc pha: dạng sóng bị di chuyển sang phải hay sang trái?**

Công thức cơ bản của một sóng sin, thí dụ độ chói (L) của hình trên, theo vị trí góc (θ) là:

$$L = \sin(\theta)$$

Trong trường hợp này, bạn có thể biểu diễn giá trị của L ở trục y và giá trị của θ sẽ ở trục x. Một công thức đầy đủ hơn cho phép chúng ta thay đổi các thuộc tính cơ bản của một sóng sin là:

$$L = \Delta I * \sin(f*\theta - p) + Lm$$

Trong đó các biến số đại diện cho:

L = giá trị số độ chói ở một điểm trên sóng sin

ΔI = chênh lệch giữa giá trị đỉnh và giá trị trung bình (biên độ)

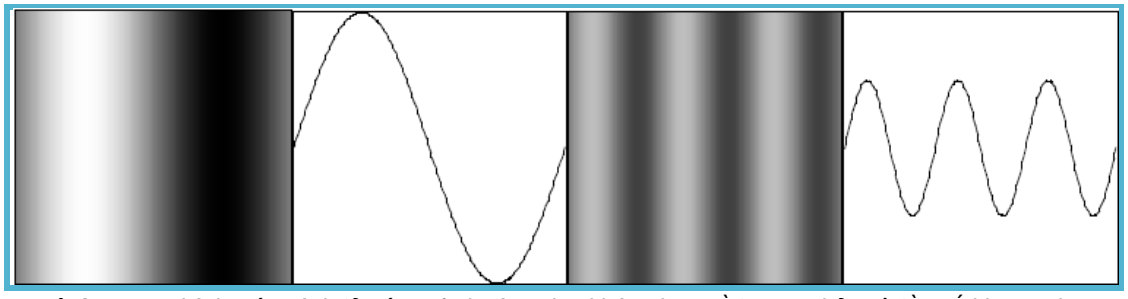
f = tần số dưới dạng số chu kì/độ

θ = vị trí góc ngang (bằng radian) hoặc góc nhìn

p = độ lệch pha của toàn bộ sóng sin

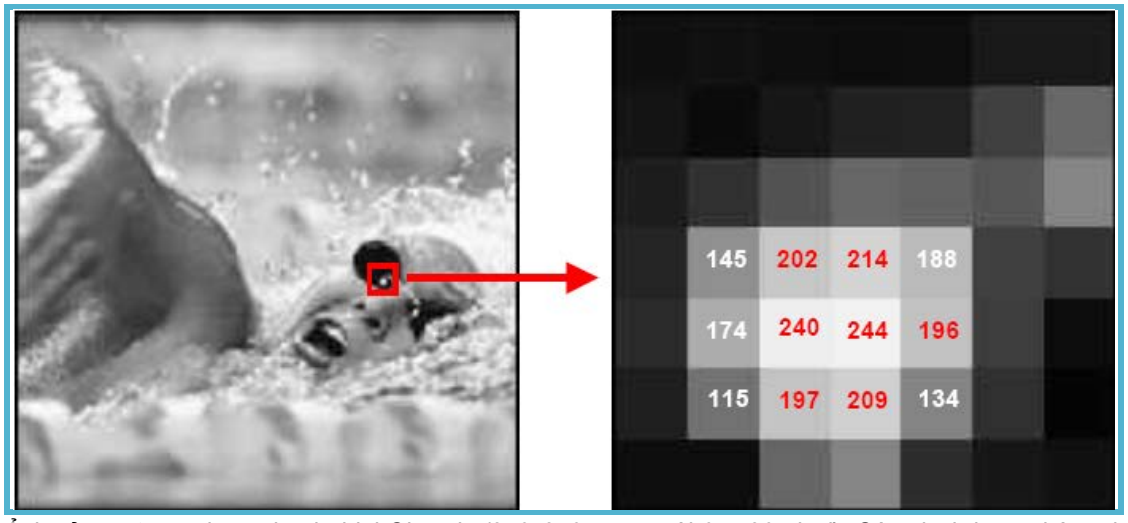
L_m = độ chói trung bình

Chúng ta sẽ nghiên cứu các thông số khác nhau ảnh hưởng thế nào đến hình dạng của các sóng sin, và chúng ta cũng sẽ xem xét các thí dụ của phân tích Fourier.



Hình 12-5: *Thí dụ các cách tử sóng sin hướng dọc khác nhau về tương phản và tần số không gian*

CÁC HÀM 2 CHIỀU



Hình 12-6: *Ảnh của một vận động viên bơi lội Olympic (256x256 array, với 65,536 pixel): Các pixel được phóng đại (bên phải) đến từ vết trắng ở mắt kính bên phải. Các số cho biết giá trị độ sáng của một số pixel. Giá trị 1 tương ứng với màu đen, 256 tương ứng với màu trắng, và các giá trị ở giữa là một mức xám*

Một **ảnh** có thể được mô tả như là một **hàm số 2 chiều** trong đó các trị số độ chói thay đổi trong không gian 2 chiều. Bảng dữ liệu dưới đây cho thấy các giá trị thang độ xám lấy từ vùng quanh vết trắng ở Hình 12-6:

150	14140	183	175	14143
145	202	214	188	158
174	240	244	196	14141
115	197	209	134	158
75	173	192	132	87

Cũng những phương pháp mà Joseph Fourier đề ra để dùng cho các hàm số một chiều có thể được áp dụng các hàm số 2 chiều như các ảnh không gian. Khi phân tích Fourier một hàm số một chiều, chúng ta phân tích nó thành các thành phần sóng sin, là các biểu đồ toán học. Khi phân tích Fourier một ảnh 2 chiều, chúng ta phân tích nó thành các thành phần cách tử sóng sin.

Điều này cho phép chúng ta nghiên cứu cách mà hệ thống thị giác xử lí tất cả các ảnh. Do hệ thống thị giác là một hệ tuyến tính nên cách mà hệ thống xử lí các thành phần của ảnh (các cách tử sóng sin) cũng giống như cách mà hệ thống xử lí các ảnh được tạo thành bởi các cách tử sóng sin, tức là tất cả các ảnh.

Câu hỏi ôn tập:

Câu hỏi: Tại sao thị lực Snellen chỉ đưa ra một đánh giá thị lực một cách rất hạn chế?
Trả lời: _____.

Câu hỏi: Hàm số (một chiều) là gì?
Trả lời: _____.

CÁC HÀM 2 CHIỀU (TIẾP THEO)

Câu hỏi: Tại sao một ảnh là một hàm 2 chiều?

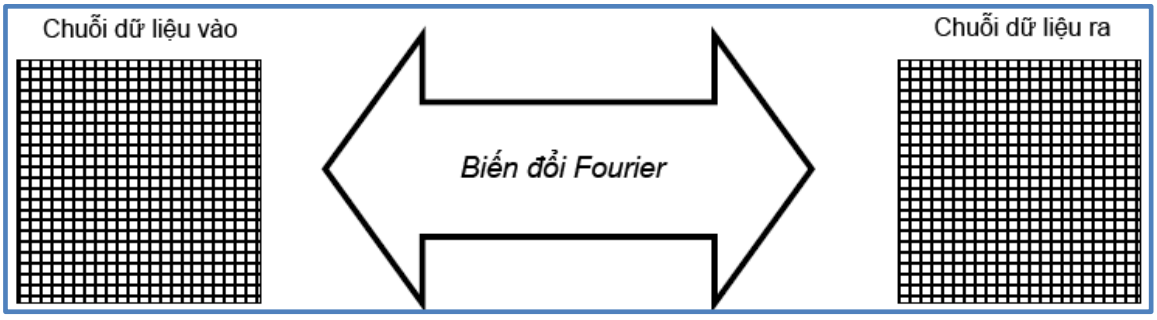
Trả lời: _____

Câu hỏi: Tại sao chúng ta quan tâm đến việc phân tích các ảnh thành các đơn thể cơ bản là các cách tử sóng sin?

Trả lời: _____

BIẾN ĐỔI FOURIER

Biến đổi Fourier là một phương pháp tính các sóng sin (các tần số, độ lớn, độ lệch pha) có trong một hàm toán học. Trong trường hợp một ảnh (một hàm 2 chiều), nó tính các cách tử sóng sin trong hàm đó. Quá trình này (biến đổi Fourier) lấy một tập dữ liệu nhập và biến đổi thành tập dữ liệu xuất thích hợp, như được minh họa ở Hình 12-7.

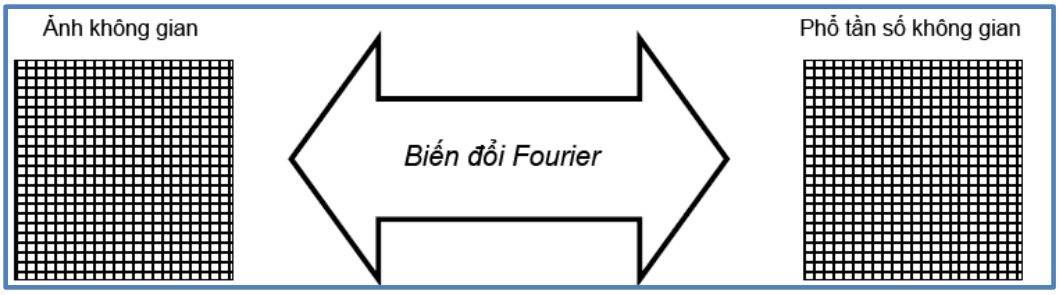


Hình 12-7: *Chuỗi dữ liệu nhập và chuỗi dữ liệu xuất liên kết với nhau bởi quá trình biến đổi Fourier*

Một số phương pháp toán học biến đổi một số thành một giá trị khác tương ứng, như phép toán nghịch đảo. Biến đổi Fourier tác dụng trên toàn bộ tập dữ liệu nhập [f(x,y)] và tính tập dữ liệu xuất [F(u,v)] tương ứng thích hợp theo qui tắc toán học sau:

$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\exp[-i2\pi(ux + vy)]dxdy$$

Không cần biết qui tắc này tác dụng thế nào để hiểu điều gì xảy ra với tập dữ liệu nhập và tập dữ liệu xuất. Trong trường hợp một ảnh (một phân phối 2 chiều của các trị số độ chói trong không gian), nó biến đổi ảnh thành một dãy dữ liệu 2 chiều khác chứa thông tin về các cách tử sóng sin trong ảnh (tần số không gian, tương phản, hướng, độ lệch pha). Tập dữ liệu nhập và tập dữ liệu xuất liên kết với nhau bởi quá trình biến đổi Fourier, đôi khi chúng được gọi là **các cặp biến đổi Fourier**. Trong trường hợp các ảnh thì ảnh không gian và phổ tần số không gian của nó là các cặp biến đổi Fourier (Hình 12-8).



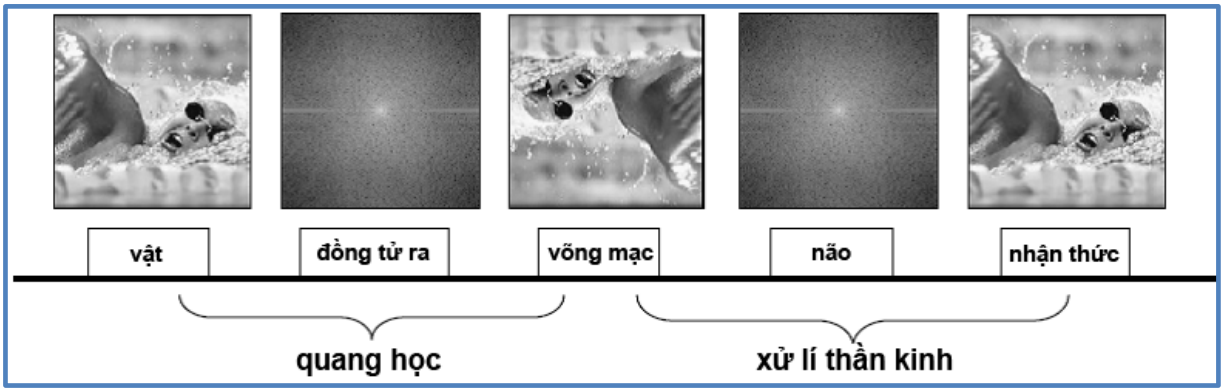
Hình 12-8: *Một ảnh không gian và phổ tần số không gian của nó: các cặp biến đổi Fourier*

BIẾN ĐỔI FOURIER (TIẾP THEO)

Thí dụ một cặp biến đổi Fourier (một ảnh không gian và phổ tần số không gian của nó) được thấy ở Hình 12-9.

Hình 12-9: *Một ảnh không gian (trái) và phổ tần số không gian của nó (bên phải)*

Các phương pháp toán học này liên quan thế nào với thị giác? Thực tế là các quang hệ (bao gồm cả mắt người) thực hiện biến đổi Fourier đối với ánh sáng khi nó đi qua hệ thống. Thí dụ, phân bố ánh sáng ở đồng tử ra và ảnh võng mạc là các cặp biến đổi Fourier. Ngoài ra, các nhà khoa học tin rằng não thực hiện biến đổi Fourier đối với ảnh võng mạc trong quá trình tạo ra thị giác của chúng ta. Tức là nó thu nhận ảnh võng mạc, phân tích nó thành các cách tử sóng sin tạo thành ảnh, chuyển dữ liệu mô tả các cách tử đến não và ráp lại các cách tử thành ảnh mà chúng ta nhìn thấy. Điều này được minh họa ở Hình 12-10.



Hình 12-10: *Biến đổi Fourier trong quá trình thị giác*