BrienHoldenVisionInstitute

VECTƠ CÔNG SUẤT VÀ CHUYỂN ĐỔI ZERNIKE

TÁC GIẢ

Thomas Salmon:Đại học bang Northeastern, Hoa kì

THẨM ĐỊNH

Scott Steinman:Đại học khúc xạ nhãn khoa Nam California, Hoa kì

CHƯƠNG NÀY BAO GỒM CÁC NỘI DUNG:

- Vectơ công suất
- Chuyển đổi Zernike thành đơn kính

VECTƠ CÔNG SUẤT

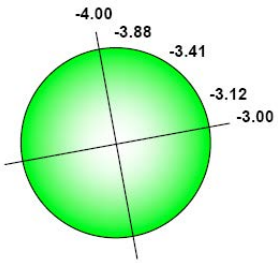
BẢN CHẤT CỦA CÔNG SUẤT CẦU-TRỤ

Nếu tất cả các tật khúc xạ đều chỉnh được bằng kính cầu thì công việc của các nhà khúc xạ nhãn khoa sẽ dễ dàng hơn nhiều.

Vấn đề là ở chỗ hầu hết các mắt đều có loạn thị ngoài tật khúc xạ cầu. Vấn đề càng phức tạp hơn nếu xét đến các quang sai bậc cao, nhưng để cho dễ hiểu thì hiện tại chúng ta sẽ bỏ qua các quang sai bậc cao. Như vẫn được làm ở khúc xạ nhãn khoa truyền thống, bây giờ chúng ta hãy giả định rằng các tật khúc xạ của một mắt chỉ gồm thành phần cầu và thành phần trụ.

Hãy xem xét đơn kính sau: −3.00/ –1.00 x 010

Hình 2-1 cho thấy rằng công suất thay đổi tùy theo kinh tuyến góc.



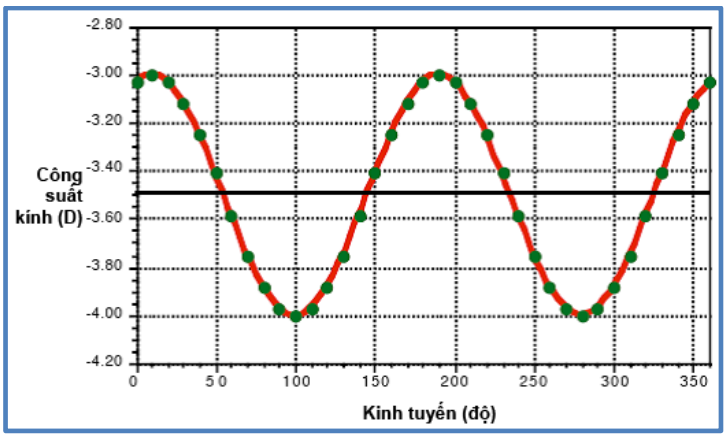
Hình 2-1: *Công suất ở kính cầu-trụ thay đổi theo kinh tuyến*

Nói một cách khác, công suất thay đổi theo kinh tuyến, và nó thay đổi theo công thức sau:

$P(\theta) = S + C *[\sin 2(\theta - A)]$

(S là công suất cầu, C là công suất trụ, A là trục (trụ cộng hoặc trụ trừ), P(θ) là công suất ở kinh tuyến θ).

VECTƠ CÔNG SUẤT (TIẾP THEO)



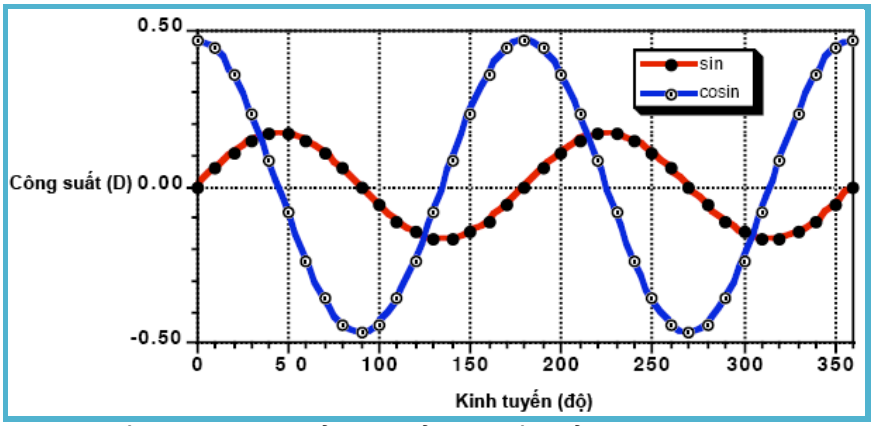
Hình 2-2: *Biên dạng công suất của kính cầu-trụ ở Hình 2.1*

Hình 2-2 biểu diễn công suất của kính cầu-trụ này theo kinh tuyến và cho thấy biên dạng công suất là một đường cong hình sin. Nếu là kính cầu thì công suất bằng nhau ở tất cả các kinh tuyến, và được biểu diễn bằng một đường ngang trên biểu đồ. Thay đổi công suất hình sin cho biết loạn thị. Công suất cầu tương đương của kính này là –3.50, và được biểu diễn bằng đường thẳng ngang màu đen ở Hình 2-2.

Nếu chúng ta trừ đi công suất cầu tương đương thì toàn bộ đường cong sẽ dịch chuyển và đối xứng quanh 0, như ở Hình 2-3. Tuy nhiên, Hình 2-3 cho thấy 2 đường cong. Chú ý rằng một đường cong nhỏ hơn và là một hàm sin, đường cong kia lớn hơn và là một hàm cosin. Thực tế là tổng của 2 đường cong này sẽ là một đường cong hình sin khác mà biên dạng của nó phù hợp chính xác với hình dạng của đường cong trong Hình 2-2. Lúc này, nếu chúng ta cộng công suất cầu tương đương (−3.50 D) vào tổng của sóng sin và sóng cosin, tổng số sẽ giống hệt biên dạng công suất ở Hình 2-2. Điều này chứng tỏ rằng biên dạng công suất của một kính cầu-trụ có thể được phân tích thành 3 thành phần:

- Một công suất cầu tương đương với công suất nào đó (trong trường hợp này là −3.50)
- Một sóng sin với độ lớn nào đó
- Một sóng cosin với độ lớn nào đó

Nếu bạn có công suất đúng của mỗi trong số 3 hàm này thì tổng của 3 hàm công suất sẽ đúng bằng biên dạng công suất của kính cầu-trụ.



Hình 2-3: *Cũng biên dạng công suất loạn thị đó có thể được biểu diễn bằng tổng của một sóng sin và một sóng cosin, như được thấy ở đây. Bằng cách điều chỉnh độ lớn của 2 sóng này, chúng ta có thể chắc chắn rằng tổng của chúng sẽ phù hợp với biên dạng sóng sin (độ lớn và trục) được thấy ở* ***Hình 2-2****. Nếu chúng ta cộng công suất cầu tương đương thì tổng biên dạng công suất sẽ bằng biên dạng cầu-trụ như ở* ***Hình 2-2***

Tương tự như vậy, công suất của bất kì kính cầu-trụ nào cũng có thể được mô tả như là tổng của một sóng sin (được xếp bậc theo một hệ số thích hợp), một sóng cosin (cũng được xếp bậc theo một hệ số thích hợp) và công suất cầu tương đương. Do đó, một đơn kính, thay vì được viết bằng công suất cầu, công suất trụ, trục thì có thể được viết dưới dạng J45 (phần tử sóng sin), M (công suất cầu tương đương), và J180 (phần tử sóng cosin). Cách này chuyển đổi kí hiệu lâm sàng thành vectơ công suất.

VECTƠ CÔNG SUẤT (TIẾP THEO)

Bạn có thể chuyển đổi kính cầu (S), kính trụ (C) và trục (A) thành kí hiệu vectơ công suất bằng các công thức sau:

$J45 = -(C/2)\sin(2A)$ …Phương trình 2.1

$M = S + C/2$ …Phương trình 2.2

$J180 = -(C/2)\cos(2A)$ …Phương trình 2.3

ƯU ĐIỂM CỦA VIỆC DÙNG VECTƠ CÔNG SUẤT

Đôi khi cần cộng, trừ, hoặc tính trung bình của một số kết quả đo khúc xạ. Việc này quan trọng về mặt lâm sàng, nhất là trong thực hành kính tiếp xúc. Điều này cũng quan trọng trong nghiên cứu thị lực. Một số thí dụ cụ thể:

- Cộng công suất đo qua kính vào công suất kính tiếp xúc
- Lấy công suất trụ của kính gọng trừ đi công suất trụ của giác mạc để tính loạn thị còn lại ở một kính RGP
- Tính độ thay đổi tật khúc xạ theo thời gian, khi có thay đổi kính trụ
- Tính tật khúc xạ trung bình của một quần thể

Kí hiệu lâm sàng của kính cầu, kính trụ và trục không thích hợp với các loại phân tích này. Hiển nhiên là các kính trụ có trục khác nhau thì không thể cộng trực tiếp với nhau. Tuy nhiên, bạn có thể cộng trực tiếp vectơ công suất. Điều này cho phép tính toán thống kê như tính trung bình của nhiều tật khúc xạ.

CHUYỂN ĐỔI VECTƠ CÔNG SUẤT SANG CÔNG SUẤT CẦU, CÔNG SUẤT TRỤ VÀ TRỤC

$C = -2\sqrt{J_{45}^2 + J_{180}^2}$ …Phương trình 2.4

$S = M - \frac{C}{2}$ …Phương trình 2.5

$A = \frac{1}{2}\text{tang}^{-1}\left(\frac{J_{45}}{J_{180}}\right)$ ...Phương trình 2.6

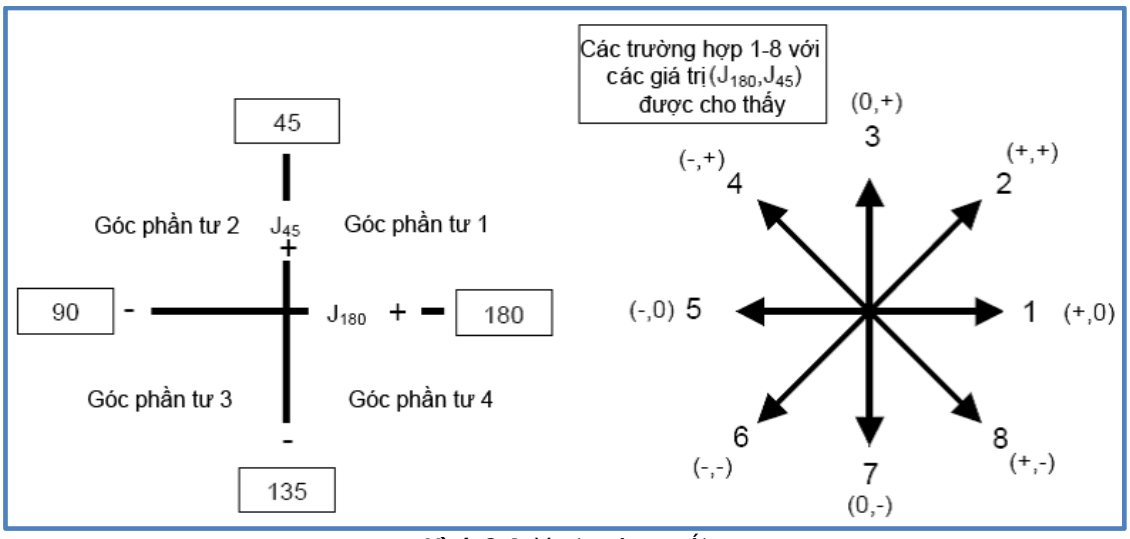
Việc tính trục (A) có thể khó trong một số trường hợp, tùy theo giá trị của J45 và J180. Phép tính sẽ sinh ra sai số nếu J180 bằng 0. Trong một số trường hợp, bạn sẽ được một giá trị âm của trục, nó sẽ phải được hiểu khác đi tùy theo các giá trị của J180 và J45, dù chúng là dương, âm hoặc bằng 0. Để đảm bảo rằng đáp số cuối cùng của trục trụ trừ là đúng (giá trị dương lớn hơn 0 và nhỏ hơn hoặc bằng 180), bạn cần kiểm tra giá trị A và thay đổi (nếu cần) theo toán đồ sau, cũng được tóm tắt ở Bảng 2-1.

NẾU (J180=0, NẾU (J45<0, trục = 135, NẾU KHÔNG trục = 45), NẾU (J180<0, trục = A+90, NẾU KHÔNG (J45<=0, trục = A+180, NẾU KHÔNG trục = A)))

Bảng 2-1 Các giá trị có thể của trục, dựa vào giá trị của J180 và J45. Để chuyển đổi đúng vectơ công suất thành trục trụ trừ, bạn phải kiểm tra dấu của J180 và J45 (+ dương, - âm hoặc bằng 0), và thay đổi giá trị A được tính ở phương trình 2.6 theo cột "trục" bên dưới.

TRƯỜNG HỢP	J_{180}	J_{45}	TRỤC	VECTƠ Ở HÌNH 2-4	MÔ TẢ
1	+	0	180	Trục x dương	trục = 180
2	+	+	A	Góc phần tư 1	0<trục<45
3	0	+	45	Trục y dương	trục=45
4	−	+	A+90	Góc phần tư 2	45<trục<90
5	−	0	90	Trục x âm	trục=90
6	−	−	A+90	Góc phần tư 3	90<trục<135
7	0	−	135	Trục y âm	trục=135

VECTƠ CÔNG SUẤT (TIẾP THEO)



Hình 2-4: *Vectơ công suất*

Nếu các vectơ công suất J_{180} và J_{45} được trình bày như ở hình bên trái, với J_{180} là trục x và J45 là trục y, và vòng tròn đầy tương đương 180 độ thì bạn có thể dễ dàng nhận biết trục đúng của một vectơ rơi vào bất kì trong số 8 trường hợp như ở hình bên phải. Các ngoặc cho biết các giá trị (+, - hoặc 0) của (J_{180}, J_{45}) tương ứng.

Thí dụ 1: Kính tiếp xúc mềm toric

Một bệnh nhân đeo kính tiếp xúc mềm toric có công suất bằng: -3.00 / –1.00 x 180. Nó xoay 15 độ ngược chiều kim đồng hồ, do đó ở trên mắt, công suất trở thành –3.00 / –1.00 x 15. Công suất đo qua kính: +0.25 / –1.50 x 140. Kính cầu-trụ đúng cho mắt này là gì?

Trong trường hợp này, bạn phải cộng công suất đo qua kính (công suất cầu-trụ) với công suất kính tiếp xúc (cũng là công suất cầu-trụ). Để làm điều này, bạn cần

1. Chuyển cả 2 công suất kính thành vectơ công suất, sử dụng các phương trình 2.1 - 2.3.
2. Cộng các số hạng tương ứng của các vectơ công suất
3. Chuyển vectơ công suất tổng trở lại thành công suất cầu, trụ và trục, sử dụng các phương trình 2.4 - 2.6.

Bảng 2-2: *Dữ liệu và lời giải cho thí dụ 1*

BƯỚC 1. TÍNH VECTƠ	**CẦU**	**TRỤ**	**TRỤC**	**J_{45}**	**M**	**J_{180}**
KTX mềm trên mắt	-3.00	-1.00	15	**0.250**	**-3.50**	**0.433**
Công suất đo qua kính	+0.25	-1.50	140	**-0.739**	**-0.500**	**0.130**

BƯỚC 2. CỘNG MỖI CỘT				**-0.489**	**-4.000**	**0.563**
BƯỚC 3. CHUYỂN NGƯỢC LẠI	**CẦU**	**TRỤ**	**TRỤC**			
	−3.25	**-1.49**	**160**			

Ở bước cuối cùng, bạn có thể được trục –20. Trong nhãn khoa, trục này cũng bằng trục 160.

VECTƠ CÔNG SUẤT (TIẾP THEO)

Thí dụ 2: Trung bình của 2 kết quả đo khúc xạ

Một sinh viên đo khúc xạ mắt phải của một bệnh nhân và được kết quả –3.00 / –1.00 x 15. Một sinh viên khác đo cùng mắt này và được kết quả –2.75 / -1.25 x 5. Trung bình của 2 kết quả đo này là bao nhiêu? Làm các phép tính giống như ở trên, nhưng thay vì cộng 2 vectơ công suất thì tính trung bình của mỗi cột.

Bảng 2-3: *Dữ liệu và lời giải cho thí dụ 2*

BƯỚC 1. TÍNH VECTƠ	CẦU	TRỤ	TRỤC	J_{45}	M	J_{180}
Sinh viên 1	-3.00	-1.00	15	**0.250**	**-3.50**	**0.433**
Sinh viên 2	-2.75	-1.25	5	**0.109**	**-3.375**	**0.616**

BƯỚC 2. TÌM TRUNG BÌNH CỦA MỖI CỘT				**0.179**	**-3.438**	**0.524**
BƯỚC 3. CHUYỂN NGƯỢC LẠI	**CẦU**	**TRỤ**	**TRỤC**			
	−2.88	**-1.11**	**9**			

Câu hỏi: Kết quả là bao nhiêu nếu bạn không dùng vectơ công suất và lấy trung bình của trục 5 và trục 15?

Thí dụ 3: Công suất kính đã thay đổi bao nhiêu?

Khúc xạ của một bệnh nhân cách đây 1 năm là: −3.00 / –1.00 x 15. Hiện tại khúc xạ của cũng mắt đó là: –3.00 / –1.00 x 75. Kính cầu-trụ đã thay đổi bao nhiêu? Lưu ý rằng cả 2 công thức kính có giá trị tương đương cầu bằng nhau, do đó nếu không chú ý đến trục thì bạn có thể cho rằng nó thay đổi rất ít. Giải bài toán này bằng cách lấy công suất thứ hai trừ đi công suất thứ nhất, dùng vectơ công suất.

Bảng 2-4: *Dữ liệu và lời giải cho thí dụ 3*

BƯỚC 1. TÍNH VECTƠ	CẦU	TRỤ	TRỤC	J_{45}	M	J_{180}
Công suất một năm trước	−3.00	−1.00	015	**0.250**	**−3.50**	**0.433**
Công suất hiện tại	−3.00	−1.00	075	**0.250**	**−3.50**	**−0.433**

BƯỚC 2. LẤY CÔNG SUẤT HIỆN TẠI TRỪ ĐI CÔNG SUẤT CÁCH ĐÂY 1 NĂM				**0.000**	**0.000**	**-0.866**
BƯỚC 3. CHUYỂN NGƯỢC LẠI	**CẦU**	**TRỤ**	**TRỤC**			
	+0.87	**−1.73**	**090**			

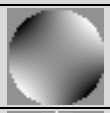
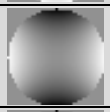
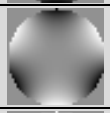
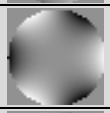
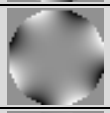
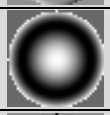
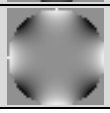
Các phép tính này có vẻ tẻ nhạt khi làm bằng tay, nhưng chúng có thể dễ dàng được lập trình vào một bảng tính như Microsoft Excel. Một bảng tính như vậy có ở trang web Vision Science II

http://arapaho.nsuok.edu/~salmonto/vs2_lectures/PowerVectơ.xls

CHUYỂN ĐỔI ZERNIKE THÀNH CÔNG SUẤT KÍNH

Quang sai kế đo các quang sai bậc thấp và bậc cao và thể hiện bằng các đa thức Zernike. Mỗi đa thức đại diện một quang sai cụ thể. Bảng 2-5 liệt kê các đa thức Zernike, tức là quang sai từ bậc 2 đến bậc 4.

Bảng 2-5: *Các đa thức Zernike từ bậc 2 đến bậc 4*

BẬC	DẠNG ZERNIKE	TÊN	PHƯƠNG TRÌNH (CÓ CỰC)	BẢN ĐỒ GIÁC MẠC
2	Z_2^{-2}	Loạn thị chéo	$\sqrt{6}\rho^2\sin 2\theta$	
2	Z_2^{0}	Tật khúc xạ cầu	$\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	
2	Z_2^{2}	Loạn thị thuận/ngược	$\sqrt{6}\rho^2\cos 2\theta$	
3	Z_3^{-3}	Hình 3 cánh chéo	$\sqrt{8}\rho^3\sin 3\theta$	
3	Z_3^{-1}	Coma dọc	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\sin\theta$	
3	Z_3^{1}	Coma ngang	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\cos\theta$	
3	Z_3^{3}	Hình 3 cánh ngang	$\sqrt{8}\rho^3\cos 3\theta$	
4	Z_4^{-4}	Hình 4 cánh chéo	$\sqrt{10}\rho^4\sin 4\theta$	
4	Z_4^{-2}	Loạn thị chéo bậc 2	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\sin 2\theta$	
4	Z_4^{0}	Cầu sai	$\sqrt{5}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	
4	Z_4^{2}	Loạn thị bậc 2 thuận/ngược	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\cos 2\theta$	
4	Z_4^{4}	Hình 4 cánh ngang	$\sqrt{10}\rho^4\cos 4\theta$	

CHUYỂN ĐỔI ZERNIKE THÀNH CÔNG SUẤT KÍNH (TIẾP THEO)

Trong số quang sai ở Bảng 2-5, các quang sai ở bậc hai được gọi là quang sai bậc thấp. Quang sai bậc 3 và cao hơn gọi là các quang sai bậc cao.

Quang sai bậc 2 là các tật khúc xạ mà chúng ta thường chỉnh bằng kính gọng, kính tiếp xúc và phẫu thuật LASIK thông thường. Chúng gồm có tật khúc xạ cầu và loạn thị (được chia thành 2 dạng). Độ của mỗi quang sai có mặt được biểu diễn bằng một hệ số. Hệ số gắn với một dạng đặc biệt có thể được đánh dấu bằng một biến số, như C, với một chỉ số dưới và một chỉ số trên tương ứng với dạng. Thí dụ, các hệ số C_2^{-2}, C_2^0 và C_2^2 cho biết các mức độ quang sai, Z_2^{-2}, Z_2^0, và Z_2^2 tương ứng. Điều đáng chú ý là 3 số hạng Zernike bậc 2 tương ứng với 3 vectơ công suất, J45, M và J180, do đó chúng ta có thể chuyển đổi trực tiếp chúng thành vectơ công suất bằng các phương trình 2.7-2.9 (dưới), sau đó chuyển đổi vectơ công suất thành công suất cầu tương đương, công suất trụ và trục bằng các phương trình 2.4-2.6 như đã nói ở trên. Dùng các bước cụ thể sau:

1. Quang sai kế thường cho biết các hệ số Zernike (C) bằng micro mét (1×10^{-6} m) và đường kính đồng tử bằng mili mét (1×10^{-3} m). Để cả hai ở đơn vị gốc
2. Chia đường kính đồng tử cho 2 để được bán kính đồng tử (y trong các phương trình 2.7-2.9). (Đúng ra thì đầu tiên cần chuyển tất cả thành mét, nhưng nếu để các hệ số ở micron và bán kính đồng tử ở mm thì kết quả cuối cùng sẽ bằng điốp).
3. Dùng các phương trình 2.7-2.9, chuyển các hệ số C_2^{-2}, C_2^0 và C_2^2 thành các vectơ công suất tương ứng J45, M và J180
4. Dùng các phương trình 2.4-2.6 để chuyển đổi vectơ công suất J45, M và J180 thành công suất cầu, công suất trụ và trục, như ở phần trước

$J45 = (-2\sqrt{6})C_2^{-2}/y^2$ …Phương trình 2.7

$M = (-4\sqrt{6})C_2^{0}/y^2$ …Phương trình 2.8

$J180 = (-2\sqrt{6})C_2^{2}/y^2$ …Phương trình 2.9

Thí dụ 4

Dựa vào dữ liệu quang sai kế ở Bảng 2-6, tính công suất cầu, công suất trụ và trục. Giả sử là đường kính đồng tử bằng 6.0 mm.

Bảng 2-6: *Các đa thức Zernike từ bậc 2 đến bậc 4*

DỮ LIỆU QUANG SAI KẾ	C_2^{-2}	C_2^{0}	C_2^{2}
micro mét	−0.50	+1.50	−0.50
VECTƠ CÔNG SUẤT	**J45**	**M**	**J180**
điốp	0.27	−1.15	0.27
KÍ HIỆU LÂM SÀNG	**KÍNH CẦU**	**KÍNH TRỤ**	**TRỤC**
điốp	−0.77	−0.77	22.5°

Nếu so sánh dấu của hệ số lệch tiêu (C_2^0) và công suất cầu, bạn sẽ thấy rằng một độ sai mặt sóng dương tương ứng với một tật cận thị. Các phép tính này có thể dễ dàng lập trình trong một bảng tính excel.