

VECTORES DE PODER Y CONVERSIÓN DE ZERNIKE

AUTOR

Thomas Salmon: Northeastern State University, EEUU

PAR REVISOR

Scott Steinman: Southern California College of Optometry, EEUU

ESTE CAPITULO INCLUIRÁ UNA REVISIÓN DE:

- Vectores de poder
- Conversión desde un modelo de Zernike a una prescripción óptica

VECTORES DE PODER

NATURALEZA DEL PODER ESFERO-CILÍNDRICO

Si todos los defectos refractivos pudieran ser corregidos con lentes esféricos, nuestro trabajo como optómetras sería más sencillo.

El problema es que la mayoría de los ojos tiene astigmatismo, además de los defectos esféricos. El panorama se complica incluso más, si tenemos en cuenta las aberraciones de alto orden, pero, con respecto a este tema, lo dejaremos de lado de momento. De igual forma en la que se ha venido haciendo en la optometría tradicional, asumiremos que los defectos refractivos de un ojo constan de un componente esférico y astigmático solamente.

Considere la siguiente fórmula Rx: -3.00/-1.00 x 10

La Figura 2-1 Muestra que el poder varía según el ángulo meridional

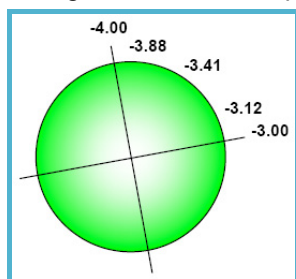


Figura 2-1: El poder en un lente esfero-cilíndrico varía según el meridiano.

En otras palabras, el poder cambia en función del meridiano y cambia de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$P(\theta) = S + C \cdot [\sin^2(\theta - A)]$$

(S es el poder de la esfera, C es el poder del cilindro, A es el eje (cilindro positivo o negativo), P(θ) es el poder en el meridiano θ.)

VECTORES DE PODER (CONT.)

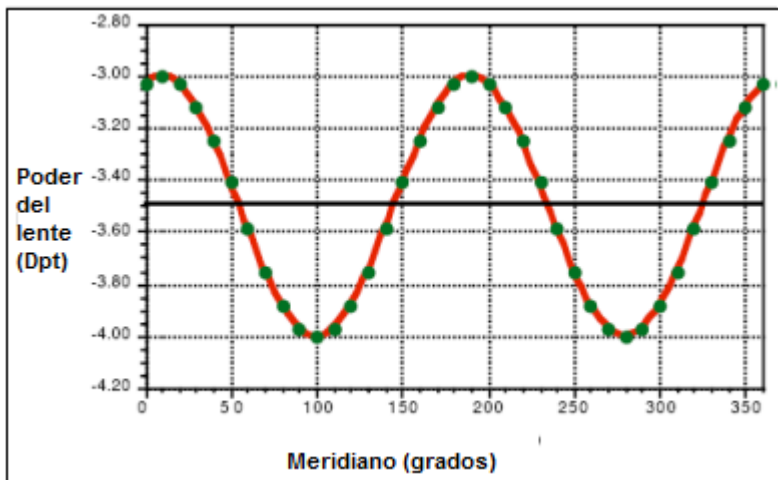


Figura 2-2: Perfil de poderes del lente esfero-cilíndrico de la figura 2.1

La figura 2-2 muestra el poder de un lente esferocilíndrico en función de un meridiano, asimismo muestra que el perfil adopta una curva sinusoidal. Si el lente fuera esférico, el poder sería el mismo en todos los meridianos y se representaría con una línea horizontal en la gráfica. El cambio sinusoidal en el poder indica la presencia de un astigmatismo. El equivalente esférico de este lente es -3.50 y se representa con la línea negra horizontal en la figura 2-2.

Si quitamos el equivalente esférico, toda la curva cambia y se vuelve simétrica cerca a cero, como lo muestra la figura 2-3. Sin embargo, la figura 2-3 muestra dos curvas. Note que una es más pequeña y tiene una forma sinusoidal, la otra es más larga y está en función de coseno. Resulta que al sumar estas dos curvas, la curva resultante será otra curva sinusoidal cuyo perfil es exactamente igual al mostrado en la Figura 2-2- Si luego se agrega el equivalente esférico (-3.50 Dpt) a la curva resultante de la suma de seno y coseno, el total será idéntico al del perfil de poder mostrado en la Figura 2-2. Esto demuestra que el perfil de poder de un lente esferocilíndrico puede descomponerse en tres componentes:

- Un equivalente esférico (-3.50 en este caso)
- Una onda sinusoidal con alguna magnitud
- Una onda cosenoidal con alguna magnitud

Si usted tiene el poder correcto de cada una de estas 3 funciones, la suma de las 3 funciones de poder será exactamente igual al perfil de poder de un lente esferocilíndrico.

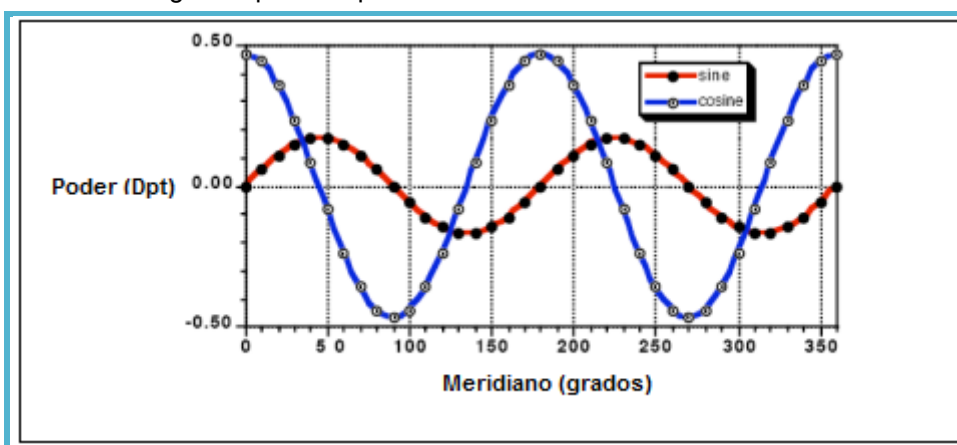


Figura 2-3: El mismo perfil de poder astigmático puede ser expresado como la sumatoria de una onda sinusoidal y cosenoidal, como se muestra en esta figura. Al ajustar la magnitud de ambas ondas, se puede asegurar que su suma resultará en un perfil sinusoidal (magnitud y eje) como se muestra en la figura 2-2. Si agregamos el poder del equivalente esférico, el perfil del poder total será igual al de el lente esferocilíndrico que se muestra en la figura 2-2.

De igual manera, el poder de un lente esferocilíndrico puede ser representado como la suma de una curva sinusoidal (con una escala adecuada según un factor apropiado), una curva cosenoidal (también con una escala adecuada según un factor apropiado) y el equivalente esférico. Por lo tanto, en lugar de escribir la corrección óptica en términos de esfera, cilindro y eje, también puede ser escrita en términos de J45 (el factor seno-onda), M, que es el equivalente esférico y J180 (el factor coseno de una onda). Esto convertirá la prescripción en lo que se conoce con el nombre de vectores de poder.

Usted puede convertir la esfera (S), cilindro (C) y eje (A) en una anotación de vector de poder empleando la siguiente fórmula:

$$J45 = -(C/2)\sin(2A) \quad \dots \text{Ecuación 2.1}$$

$$M = S + C/2 \quad \dots \text{Ecuación 2.2}$$

$$J180 = -(C/2)\cos(2A) \quad \dots \text{Ecuación 2.3}$$

VENTAJAS DE USAR LOS VECTORES DE PODER

Algunas veces es necesario sumar, restar o computar el promedio de muchas medidas refractivas. Esto es clínicamente importante, especialmente en la práctica de lentes de contacto. Esto también es importante en el campo de investigación visual. Algunos ejemplos específicos serían:

- Sumar una sobrefracción al poder de un lente de contacto
- Restar el cilindro corneal al cilindro refractivo para predecir el astigmatismo residual en un lente gas permeable
- Computar el cambio en el defecto refractivo a través del tiempo, cuando cambios en el cilindro pueden haberse dado
- Computar el defecto refractivo promedio de una población

La anotación clínica de esfera, cilindro y eje no permite por sí misma este tipo de análisis. Obviamente, cilindros con ejes diferentes no pueden sumarse directamente. Sin embargo, si es posible sumar los vectores de poder directamente. Esto le permite computar estadísticas tales como el promedio de la gran mayoría de defectos refractivos.

CONVIRTIENDO VECTORES DE PODER A ESFERA, CILÍNDRO Y EJE

$$C = -2\sqrt{J_{45}^2 + J_{180}^2} \quad \dots \text{Ecuación 2.4}$$

$$S = M - \frac{C}{2} \quad \dots \text{Ecuación 2.5}$$

$$A = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{J_{45}}{J_{180}}\right) \quad \dots \text{Ecuación 2.6}$$

Computar el eje (A) puede ser difícil en algunos casos, dependiendo del valor de J45 y J180. El proceso de cómputo arrojará un error si J180 es igual a 0. En algunos casos se obtendrán valores negativos para el eje, los cuales deberán ser interpretados de manera distinta dependiendo de los valores de J180 y J45, si éstos son positivos, negativos o iguales a cero. Para asegurar que la respuesta final para el eje del cilindro negativo es correcto (valor positivo mayor a 0 y menor o igual a 180), debe revisarse el valor de A y modificarlo, si es necesario, de acuerdo al siguiente algoritmo, que también se resume en la tabla 2-1.

SI (J180=0, SI (J45<0, Eje = 135, OTRO eje = 45), SI (J180<0, eje = A+90, OTRO SI (J45<=0, eje = A+180, OTRO eje = A)))

Tabla 2-1 Valores posibles para el eje, basados en el valor de J180 y J45. Con el fin de convertir correctamente los vectores de poder para corregir el eje del cilindro negativo, debe revisarse el signo del valor J180 y J45 (+ positivo, - negativo o cero) y modificar el valor de A computado en la ecuación 2.6 de acuerdo al “Eje” de la columna por debajo.

CASO	J ₁₈₀	J ₄₅	EJES	VECTOR EN FIGURA 2-2	DESCRIPCIÓN
1	+	0	180	Eje x positivo	Eje = 180
2	+	+	A	Cuadrante 1	0<Eje<45
3	0	+	45	Eje y positivo	Eje=45
4	-	+	A+90	Cuadrante 2	45<Eje<90
5	-	0	90	Eje x negativo	Eje=90
6	-	-	A+90	Cuadrante 3	90<Eje<135
7	0	-	135	Eje y negativo	Eje=135
8	+	-	A+180	Cuadrante 4	135<Eje<180

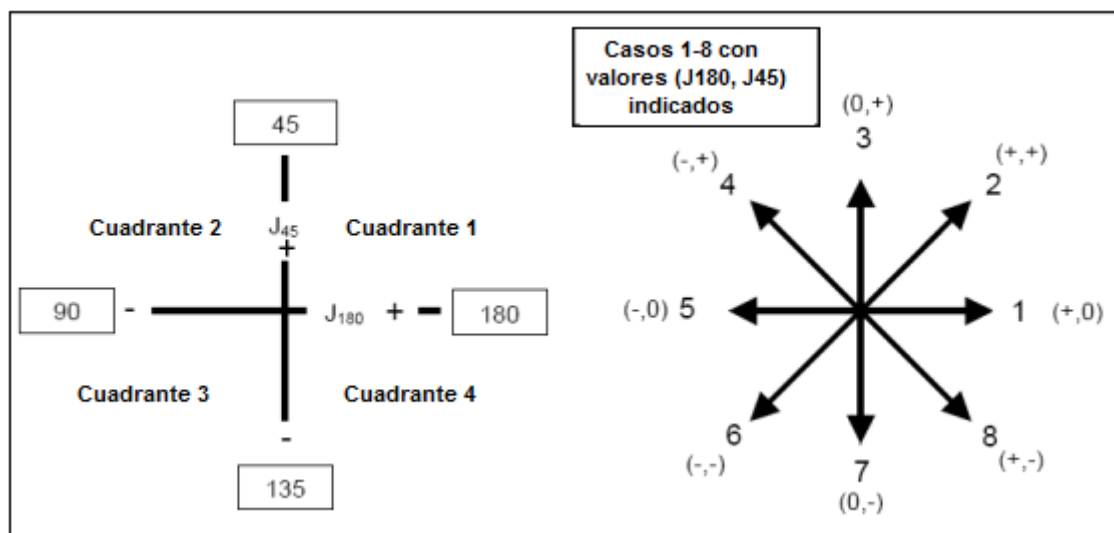


Figura 2-4: Vectores de poder

Si los los vectores de poder J₁₈₀ y J₄₅ son expuestos como se muestra en la figura de la izquierda con J₁₈₀ como el eje x J₄₅ como el eje Y y el círculo total de 180 grados, se puede identificar fácilmente el eje correcto para un vector que cae en alguno de los 8 casos, que se muestran en la figura a la derecha. Los paréntesis indican los valores valores (+, - or 0) para (J₁₈₀, J₄₅), respectivamente.

Ejemplo 1 – Lente de contacto blando tórico

Un paciente está utilizando un lente de contacto blando tórico con un poder de: -3.00 /-1.00 x 180. Éste se rota 15 grados contra las manecillas del reloj, por tanto en el ojo, el poder cambia a -3.00/-1.00 x 15. La sobre refracción es: +0.25/ -1.50 x 140. ¿Cuál es la prescripción esferocilíndrica adecuada para este ojo?

En este caso se debe sumar la sobre refracción, un poder esferocilíndrico, al poder del lente de contacto, también un poder esferocilíndrico. Para hacerlo, usted debe.

1. Convertir ambas prescripciones en vectores usando las ecuaciones 2.1 – 2.3.
2. Suma los términos correspondientes de los vectores de poder
3. Convierta el vector de poder sumado de nuevo a esfera, cilindro y eje usando las ecuaciones 2.4- 2.6.

Tabla 2-2: Datos y solución del ejemplo 1

PASO 1. COMPUTAR LOS VECTORES	S	C	A	J₄₅	M	J₁₈₀
SCL en el ojo	-3.00	-1.00	15	0.250	-3.50	0.433
Sobrerrefracción	+0.25	-1.50	140	-0.739	-0.500	0.130

PASO 2. SUMAR CADA COLUMNA				-0.489	-4.000	0.563
PASO 3. CONVERTIR DE NUEVO	S	C	A			
	-3.25	-1.49	160			

En el último paso, puede que obtenga un eje de -20. En términos oftálmicos, es lo mismo que decir 160.

Ejemplo 2 – Promedio de dos refracciones

Un estudiante refracta el ojo derecho de un paciente y obtiene -3.00/-1.00 x 15. Otro estudiante refracta el mismo ojo y obtiene -2.75/-1.25 x 5. ¿Cuál es el promedio de estas refracciones? Realice cálculos similares al del ejemplo anterior, pero, en lugar de sumar los dos vectores de poder, compute el promedio de cada columna.

Tabla 2-3: Datos y solución del ejemplo 2

PASO 1. COMPUTAR EL VECTOR	S	C	A	J₄₅	M	J₁₈₀
Estudiante 1	-3.00	-1.00	15	0.250	-3.50	0.433
Estudiante 2	-2.75	-1.25	5	0.109	-3.375	0.616

PASO 2. ENCUENTRE EL PROMEDIO DE CADA COLUMNA				0.179	-3.438	0.524
PASO 3. VUELVA A CONVERTIR	S	C	A			
	-2.88	-1.11	9			

Q. ¿ qué eje obtendría si no usara vectores de poder y hallara el promedio entre un eje de 5 y uno de 15?

Ejemplo 3 – ¿ qué tanto cambió la prescripción?

La refracción de un paciente hace un año era: -3.00 / -1.00 x 15. Hoy el mismo ojo tiene -3.00/ -1.00 x 75. ¿Qué tanto ha cambiado la prescripción esfero-cilíndrica? Note que ambas prescripciones tienen el mismo equivalente esférico, por tanto, si se ignora el eje podría asumirse que la fórmula ha cambiado muy poco. Resuelva esto restandole a la segunda fórmula la primera fórmula, usando los vectores de poder.

Tabla 2-4: Datos y solución del ejemplo 3

PASO 1. COMPUTAR LOS VECTORES	S	C	A	J₄₅	M	J₁₈₀
Rx de hace un año	-3.00	-1.00	015	0.250	-3.50	0.433
Rx hoy	-3.00	-1.00	075	0.250	-3.50	-0.433

RESTARLE A LA RX HOY LA RX DE HACE UN AÑO				0.000	0.000	-0.866
PASO 3. VOLVER A CONVERTIR LA FÓRMULA	S	C	A			
	+0.87	-1.73	090			

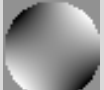


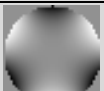



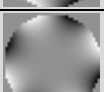

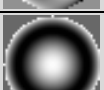
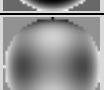

Aunque estas conversiones parecen difíciles de hacer a mano, pueden programarse fácilmente en una hoja de cálculos en Microsoft Excel. Una hoja así está disponible en la página de Vision Science.

http://arapaho.nsuok.edu/~salmonto/vs2_lectures/PowerVector.xls

CONVERSIÓN DE UN MODELO DE ZERNIKE A UNA PRESCRIPCIÓN ÓPTICA

Los aberrómetros miden las aberraciones de bajo y alto orden y las reportan usando los polinomios de Zernike. Cada polinomio representa una aberración particular. La tabla 2-5 muestra los polinomios de Zernike, en específico, las aberraciones del segundo al 4 orden.

Tabla 2-5: Polinomios de Zernike del segundo al cuarto orden

ORDEN	MODELO DE ZERNIKE	NOMBRE	ECUACIÓN (POLAR)	MAPA TOPOGRÁFICO
2	Z_2^{-2}	Astigmatismo oblicuo	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$	
2	Z_2^0	Desenfoque esférico	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	
2	Z_2^2	Astigmatismo con y contra la regla (WTR/ATR)	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	
3	Z_3^{-3}	Trefoil Oblicuo	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$	
3	Z_3^{-1}	Coma vertical	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin\theta$	
3	Z_3^1	Coma horizontal	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos\theta$	
3	Z_3^3	Trefoil horizontal	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	
4	Z_4^{-4}	Cuadrafoil oblicuo	$\sqrt{10}\rho^4 \sin 4\theta$	
4	Z_4^{-2}	Astigmatismo oblicuo y de segundo orden	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin 2\theta$	
4	Z_4^0	Aberración esférica	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	
4	Z_4^2	Astigmatismo con y contra la regla (WTR/ATR) de segundo orden	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos 2\theta$	
4	Z_4^4	Cuadrafoil	$\sqrt{10}\rho^4 \cos 4\theta$	

CONVERSIÓN DE UN MODELO DE ZERNIKE A UNA PRESCRIPCIÓN ÓPTICA

Dentro de las aberraciones mostradas en la tabla 2-5, las que están en el segundo orden se conocen con el nombre de aberraciones de bajo orden. Las aberraciones desde el tercer orden se conocen con el nombre de aberraciones de alto orden.

Las aberraciones de segundo orden son los defectos refractivos que corregimos de manera rutinaria con anteojos, lentes de contacto y LASIK convencional. Éstas incluyen el desenfoque esférico y el astigmatismo (dividido en la tabla anterior en dos modelos). La cantidad de cada aberración que esté presente se expresa mediante un coeficiente. El coeficiente asociado con algún modelo en particular puede etiquetarse con una variable, como C, con un subíndice o exponente según el modelo. Por ejemplo Los coeficientes C_2^{-2} , C_2^0 y C_2^2 informan respectivamente que tanto de las aberraciones Z_2^{-2} , Z_2^0 , y Z_2^2 están presentes. Resulta interesante ver que los tres términos de Zernike de segundo orden se corresponden con los tres vectores de poder J45, M y J180, por tanto se pueden convertir directamente en vectores de poder usando las ecuaciones 2.7-2.9 (que se muestran abajo) y luego, convertir los vectores de poder en un equivalente esférico, cilindro y eje usando las ecuaciones 2.4-2.6, como se discutía anteriormente. Use los siguientes pasos:

1. Los aberrómetros generalmente reportan los coeficientes de Zernike C en micrometros (1×10^{-6} m) y el diámetro pupilar en milímetros (1×10^{-3}). Deje ambos en sus unidades originales.
2. Divida el diámetro pupilar en 2 para obtener el radio pupilar (y en ecuaciones 2.7-2.9). (Estrictamente hablando, usted debería convertir todo a metros primero, pero, resulta que al dejar los coeficientes en micras y el radio pupilar en mm, el resultado final será en dioptrías)
3. Usando las ecuaciones 2.7-2.9, convierta los coeficientes C_2^{-2} , C_2^0 y C_2^2 en sus respectivos vectores de poder J45, M y J180
4. Emplee las ecuaciones 2.4-2.6 para convertir los vectores de poder J45, M y J180 a esfera, cilindro y eje igual que antes

$$J45 = (-2\sqrt{6})C_2^{-2}/y^2 \quad \dots \text{ecuación 2.7}$$

$$M = (-4\sqrt{6})C_2^0/y^2 \quad \dots \text{ecuación 2.8}$$

$$J180 = (-2\sqrt{6})C_2^2/y^2 \quad \dots \text{ecuación 2.9}$$

Ejemplo 4

Dada la siguiente tabla 2.6, compute el equivalente esférico, cilindro y eje. Asuma un diámetro pupilar de 6.0mm.

Tabla 2-6: Polinomios de Zernike del segundo al cuarto orden

DATOS ABERROMÉTRICOS	C_2^{-2}	C_2^0	C_2^2
Micrometros	-0.50	+1.50	-0.50
VECTORES DE PODER	J45	M	J180
dioptrías	0.27	-1.15	0.27
NOTACIÓN CLÍNICA	SPHERE	CYLINDER	AXIS
dioptrías	-0.77	-0.77	22.5°

Si usted compara el signo del coeficiente de desenfoque (C_2^0) y el poder esférico, se dará cuenta que el defecto positivo de frente de onda corresponde a un defecto miópico. Esto puede ser computado fácilmente al programarse en una hoja de cálculo de excel.