BrienHolden Vision Institute

TRANSFORMACIÓN DE FOURIER

AUTOR

Thomas Salmon: Northeastern State University, EEUU

PAR REVISOR

Scott Steinman: Southern California College of Optometry, EEUU

ESTE CAPÍTULO INCLUIRÁ UNA REVISIÓN DE:

- Análisis de Fourier
- Características de las ondas sinusoidales
- Funciones bidimensionales
- Transformaciones de Fourier

ANÁLISIS DE FOURIER

Joseph Fourier (1768-1830) fue un físico matemático del ejercito de Napoelón asignado a servir en Egipto. Mientras estuvo allá, estudió la propagación del calor en el suelo y desarrolló una nueva técnica para analizar las funciones matemáticas. El descubrió que sin importar qué tan compleja sea cualquier función matemática, es decir cualquier curva, puede ser analizada desde sus componentes básicos, que son ondas sinusoidales. Asi como las palabras pueden descomponerse en sus elementos, cualquier función matemática puede descomponerse en elementos básicos- ondas sinusoidales. Con 26 letras podemos escribir cualquier palabra y asi sucede con las ondas sinusoidales, se puede representar cualquier función, es decir, cualquier curva.

Figura 12-1: *Joseph Fourier*

ANÁLISIS DE FOURIER (CONT.)

Una función matemática es una unión de números que varían de una forma sistémica. Se dice que los números varian en función de algo y generalmente se grafica la información en los ejes x y Y. En este caso, se indica como valor de una variable dependiente (eje y) los cambios de acuerdo a (en función de) el valor de una variable independiente (que se muestra en el eje x). Ya se ha usado este tipo de funciones unidimensionales para estudiar ciertos aspectos de la visión, como la eficiencia lumínica, la adaptación a la oscuridad y la sensibilidad espectral de los fotorreceptores. La función 1924 CIE V(λ) se muestra en la figura 12.2.

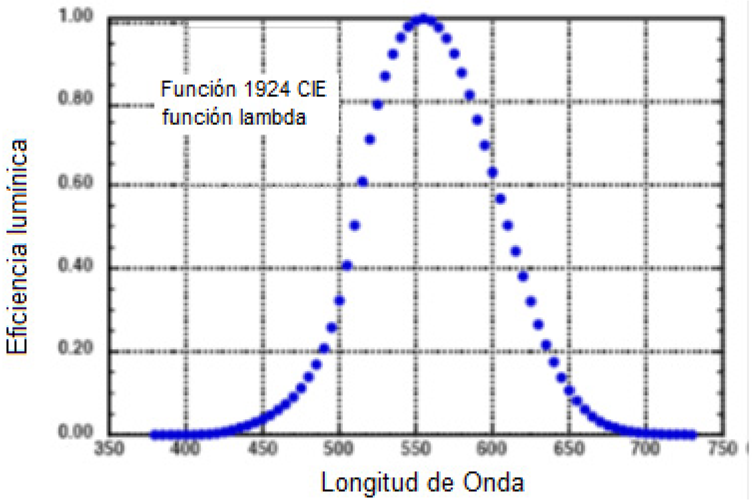

Figura 12-2: *Función unidimensional*

Usando el análisis de fourier, se puede descomponer esta función en sub componentes, los cuales son todos una función sinusoidal, variando en términos de su frecuncia y magnitud.

El análisis de Fourier es usado para analizar y estudiar las funciones en muchos campos de la ciencia, ingeniería y negocios.

CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS SINUSOIDALES

La figura 12-3 muestra un ejemplo de una onda sinusoidal y la Figura 12.4 muestra su perfíl lumínico, que es una onda sinusoidal.

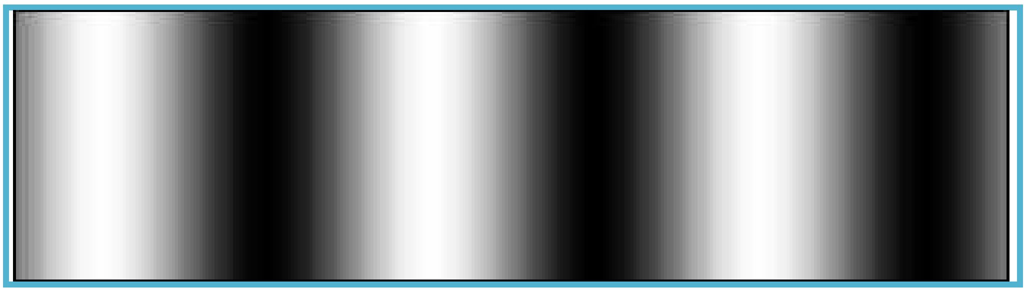

Figura 12-3: *Función Unidimensional*

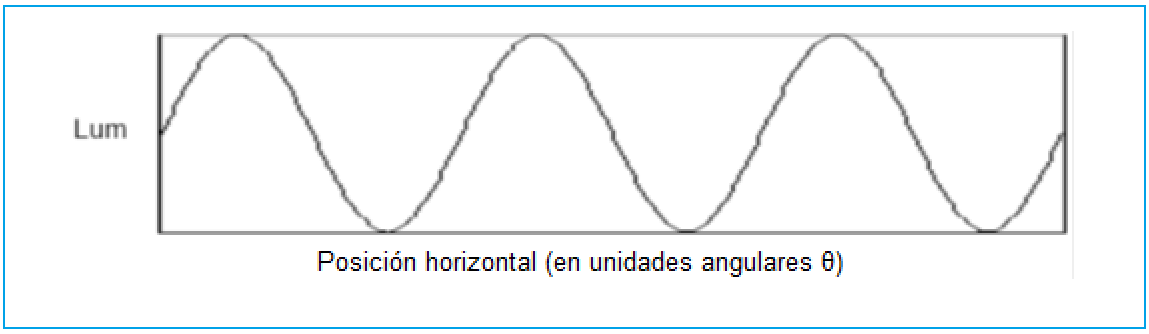

Figura 12-4: *Perfil de luminancia de una onda sinusoidal en* ***la figura 12-3***

CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS SINUSOIDALES (CONT.)

Para entender las características básicas de las ondas sinusoidales, se puede usar el ejemplo anterior de una función unidimensional. El perfil de una onda sinusoidal, como una unidimensional, que es una onda sinusoidal, puede alterarse de la siguientes maneras:

- **Frecuencia-** Número de ciclos contenidos en una oscilación (periodo)
- **Amplitud** –Altura de las crestas y los valles; esto se relaciona con **el contraste**
- **Fase –¿la forma de la onda cambia hacia la derecha o la izquierda?**

La fórmula básica de una onda sinusoidal, por ejemplo la luminancia (L) del patrón anterior, en función de la posición angular (θ) es:

En este caso, se podria graficar el valor de L a lo largo del eje y y el valor de (θ) estaría a lo largo del eje x. Una fórmula más completa que nos permita modificar los atributos básicos de una onda sinusoidal es:

$$L = \Delta I * \sin(f * \theta - p) + Lm$$

En donde las variables representan lo siguiente:

L = Valor de la luminancia en un punto de la onda sinusoidal
ΔI = Diferencia entre el pico y el valor promedio (Amplitud)
f = Frecuencia en términos de número de ciclos por grado
θ = Posición angular horizontal, en radianes o ángulos visuales
p = Cambio de fase de toda la onda sinusoidal
L_m = luminancia promedio.

Se estudiará como los diferentes parámetros afectan las ondas sinusoidales y también se tendrán en cuenta ejemplos para el análisis de Fourier.

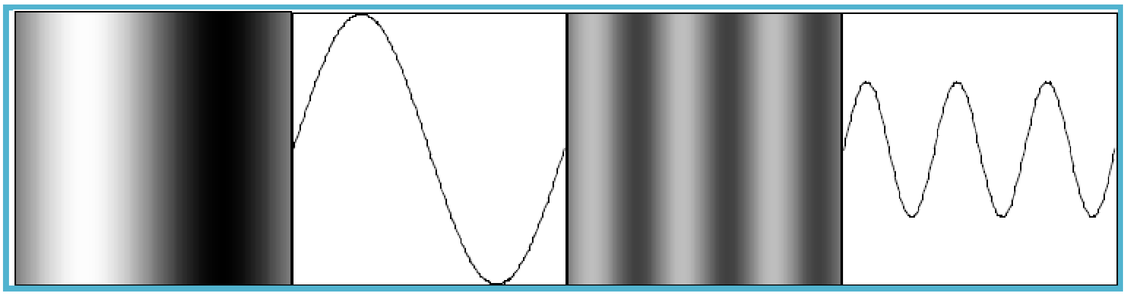

Figura 12-5: *Ejemplos de ondas sinusoidales orientadas verticalmente que son diferentes en contraste y frecuencia espacial.*

FUNCIONES BIDIMENSIONALES

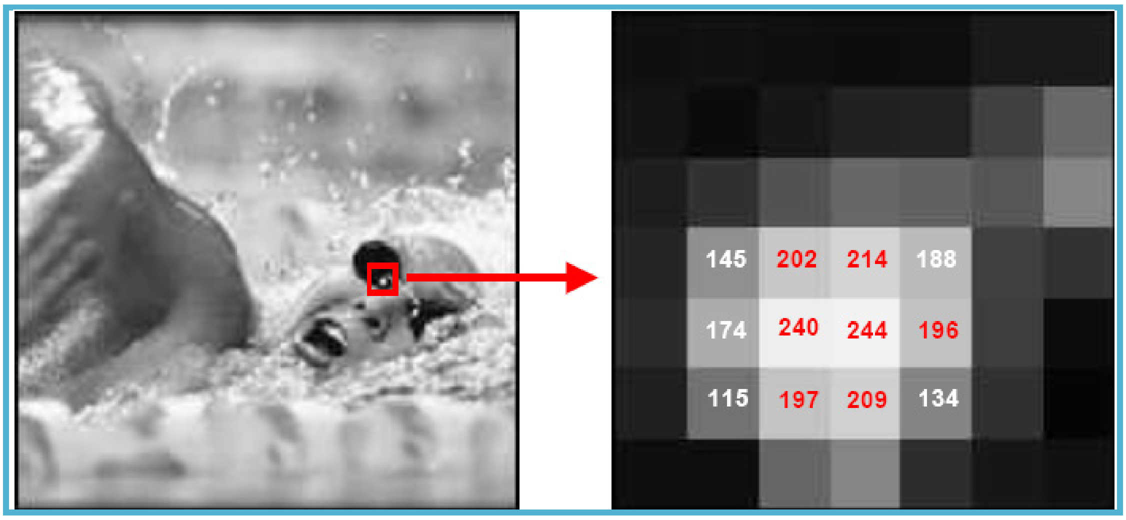

Figura12-6: *Imagen de un nadador olimpico (256 x 256, 65536 pixeles): Los pixeles magnificados (derecha) vienen del punto blanco en el lente derecho de las gafas para natación. Los números muestran valores del brillo de algunos pixeles. Un valor de 1 corresponde al color negro; 256, blanco y todo entre ese rango es un tono grisáceo.*

Una imagen puede ser descrita como una **función bidimensional** en la que los valores de luminancia varían a lo largo de un espacio bidimensional. La siguiente información muestra los valores de una escala de grises tomada de un área circundante al punto de la figura 12-6:

150	14140	183	175	14143
145	202	214	188	158
174	240	244	196	14141
115	197	209	134	158
75	173	192	132	87

Las mismas técnicas que Joseph Fourier desarrolló para trabajar con las funciones unidimensionales puede aplicarse para funciones bidimensionales como las imágenes espaciales. Cuando se realiza un análisis de Fourier en una función unidomensional, se descompone una onda en sus componentes, que forman curvas matemáticas. Cuando se analiza una imagen bidimensional, se descompone en sus componentes estructurales sinusoidales.

Esto nos permite estudiar la forma en la que el sistema visual estudia todas las imágenes. Como es un sistema lineal, la manera en la que procesa los componentes de las imágenes- componentes sinusoidales- es la misma forma en la que procesan imágenes formadas de componentes sinusoidales, es decir, todas las imágenes.

Preguntas de revisión:

Q. Por qué la agudeza visual de Snellen provee una evaluación muy limitada de la visión?

A. . ____

Q. ¿Qué es una función unidimensional?

A. . ____

FUNCIONES BIDIMENSIONALES (CONT.)

Q. ¿Cómo se explica que una imagen sea una función 2-D?

A. ____

Q. ¿Por qué nos interesa descomponer las imágenes en sus componentes básicos como las ondas sinusoidales?

A. ____

TRANSFORMACIÓN DE FOURIER

La transformación de fourier es un proceso que computa las ondas sinusoidales (las frecuencias, magnitudes, cambios de fase) contenidas en una función. Este proceso toma información de entrada y la transforma en información correcta de salida, como lo muestra la Figura 12-7.

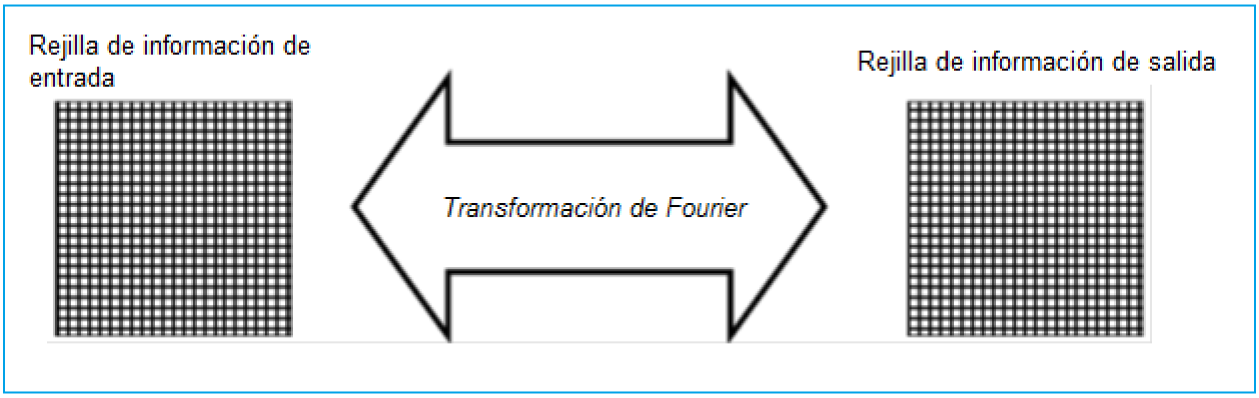

Figura 12-7: *Rejillas de entrada y salida unidas por el proceso de la transformación de fourier.*

Algunos procesos matemáticos transforman un número en otro valor correspondiente, igual que la operación recíproca. La transformación de Fourier opera en un set de datos completo [f(x,y)] y computa el set de datos apropiado [F(u,v)] de acuerdo a la siguiente regla matemática:

$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\exp[-i2\pi(ux + vy)]dxdy$$

No es necesario entender como funciona la regla con tal de entender que sucede con los sets de información de entrada y salida. En el caso de una imagen (una distribución bidimensional de valores de luminancia en el espacio) se transforma la imagen en otra rejilla de datos bidimensionales, que contienee información acerca de las ondas sinusoidales contenidas en la imagen (frecuencias espaciales, contrastes, orientaciones, cambios de fase). Los sets de información de entrada y salida se relacionan entre si por el proceso de transformacion de fourier y algunas veces se conoce con el nombre de **pares de transformación de Fourier.** En el caso de imágenes, la imágen y su espectro de frecuencia espacial son pares de transformación de Fourier **(**Figura 12-8)

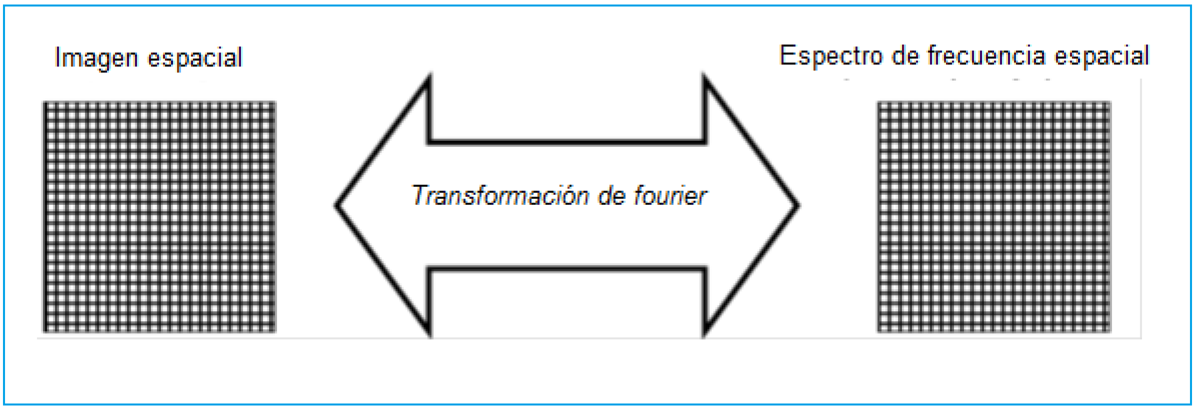

Figura 12-8: *Una imagen espacial y su espectro de frecuencia espacial- Transformación de pares de Fourier*

TRANSFORMACIÓN DE FOURIER (CONT.)

A continuación se muestra un ejemplo de un par de transformación de Fourier (una imagen espacial y su espectro de frecuencia espacial) en la figura 12-9.

Figura 12-9: *Imagen espacial (izq) y su espetro de frecuencia espacial (der)*

¿Qué tienen que ver estos procesos matemáticos con la visión? Resulta que los sistemas ópticos, incluyendo el ojo humajo, realizan una transformación de Fourier con la luz que pasa por el sistema. Por ejemplo, la distribución de la luz en la salida pupilar y en la imagen retiniana son pares de transformación de Fourier. Además, los científicos creen que el cerebro realiza una transformación de Fourier sobre la imagen retinal en el proceso de creación de nuestro sentido visual. Es decir, toma la imagen retiniana la descompone en sus componentes sinusoidales que conforman la imagen, envía la información describiendo los componentes al cerebro y los reconstruye en la imagen que percibimos. Esto se ilustra en la figura 12-10.

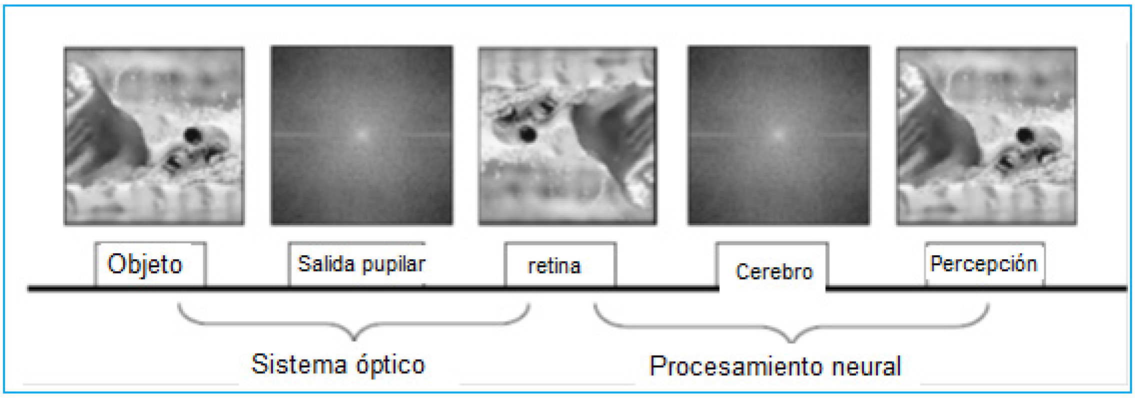

Figura 12-10: *Transformación de Fourier en el proceso de la visión.*